



# Ordonnancement contraint par l'énergie de tâches probabilistes

Vandy BERTEN

[vandy.berten@ulb.ac.be](mailto:vandy.berten@ulb.ac.be)

Université Libre de Bruxelles

# Table des matières

- 1 Introduction
- 2 Modèle
- 3 Durées connues
- 4 Durées probabilistes
- 5 Tâches multi-segment





# Section 1

## *Introduction*

# Table des matières I

- 1 Introduction
  - Contexte
  - Analogie
- 2 Modèle
- 3 Durées connues
- 4 Durées probabilistes
- 5 Tâches multi-segment

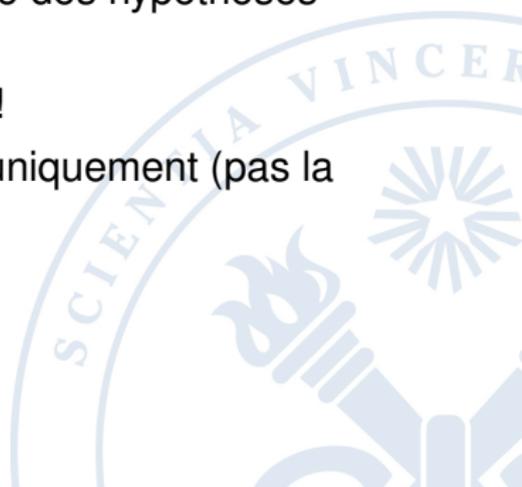


# Introduction

- Les systèmes embarqués ont souvent une source d'*énergie limitée*
- Les analyses “*worst-case*” donnent des *garanties*, mais *gaspillent* beaucoup de ressources
- Une connaissance plus fine des *durées d'exécution* est souvent disponible (ou calculable en ligne)
- Elle permet d'améliorer le comportement *moyen*
- But de l'exposé : voir comment on peut en tenir compte

# Introduction

- Cet exposé ne va pas présenter les techniques les plus avancées de la recherche !
- On va voir les grandes idées qui sont mises en pratique
- Pour la simplicité de l'énoncé, on va faire des hypothèses simplificatrices fortes, parfois irréalistes
- La recherche actuelle est bien plus loin !
- On va se concentrer sur le processeur uniquement (pas la mémoire, les bus, les périphériques. . .)



# Introduction

- En gros : aller *moins vite*, c'est *moins énergivore*
- Ce qui est souvent fait pour économiser de l'énergie :
  - ▶ Calculer la vitesse minimale pour atteindre les échéances dans le pire cas (Faire "comme si" toutes les tâches prenaient leur pire temps d'exécution)
  - ▶ Lorsque "par chance" une tâche se termine à l'avance, utiliser le *slack* pour économiser de l'énergie
- Avec les tâches probabilistes, on prend le problème *à la racine*, pour faire des économies d'énergie *moyennes*
- Idée : consommer beaucoup dans les cas très rares, pour économiser dans les cas fréquents

# Analogie

- Supposons un démarcheur vendant chaque jour un article
- Il passe par *3 clients*, espacés chacun de *30 km*
- Il a *une heure* pour vendre son article. Dès qu'il l'a vendu, sa journée est terminée
- Le *1<sup>er</sup> client* a *50%* de chances d'acheter, le *2<sup>ème</sup>* (s'il y arrive) *60%*
- Il arrête sa journée après le *3<sup>ème</sup>*, qu'il ait ou non acheté
- Proba de ne faire qu'*une étape* : *0,5* ; *2 étapes* :  $(1 - 0,5) * 0,6 = 0,3$  ; *3 étapes* :  $1 - 0,5 - 0,3 = 0,2$
- On néglige son temps de démarchage, on ne tient pas compte du retour
- Sa voiture consomme *10ℓ/100* à *100km/h*, *9* à *90km/h*, ...
- À *quelle vitesse* rouler pour minimiser son carburant ?

## Analogie : vitesse constante

- Stratégie simple : rouler à 90km/h.
- Consommation :

|         |     |     |     |
|---------|-----|-----|-----|
| étape   | 1   | 2   | 3   |
| vitesse | 90  | 90  | 90  |
| conso   | 2,7 | 2,7 | 2,7 |

- Consommation moyenne :

$$2,7 \times 0,5 + 5,4 \times 0,3 + 8,1 \times 0,2 = 4,59\ell$$

## Analogie : vitesse croissante

- Stratégie de “procrastination” : on démarre lentement, on accélère si nécessaire (on espère ne pas devoir aller jusqu’au bout).
- Stratégie “75 – 90 – 112,5” :

|         |      |     |       |
|---------|------|-----|-------|
| étape   | 1    | 2   | 3     |
| vitesse | 75   | 90  | 112,5 |
| conso   | 2,25 | 2,7 | 3,375 |

⇒ Consommation moyenne : 4,275ℓ. Gain de 6,7%

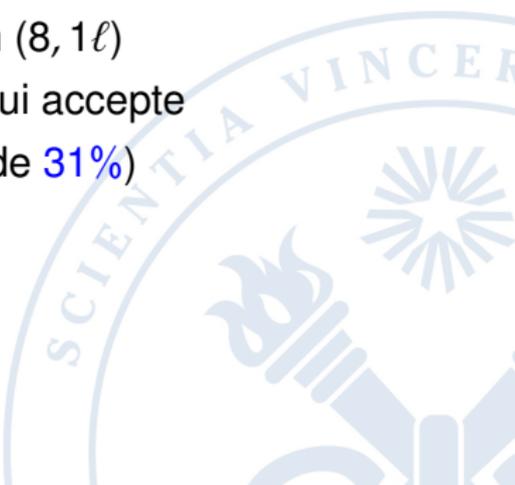
- Stratégie “65 – 90 – 146” :

|         |      |     |        |
|---------|------|-----|--------|
| étape   | 1    | 2   | 3      |
| vitesse | 65   | 90  | 146    |
| conso   | 1,95 | 2,7 | 4,3875 |

⇒ Consommation moyenne : 4,1775ℓ. Gain de 8,9%

## Analogie : Stratégie clairvoyante

- Avant de partir, le démarcheur téléphone
- Si le 1<sup>er</sup> client accepte, il part à 30km/h (0,9ℓ)
- Si le 2<sup>ème</sup> client accepte, il part à 60km/h (3,6ℓ)
- Si le 3<sup>ème</sup> client accepte, il part à 90km/h (8,1ℓ)
- On suppose qu'il y a toujours un client qui accepte
- Consommation moyenne : 3,15ℓ (Gain de 31%)





# Section 2

## *Modèle*

# Table des matières I

- 1 Introduction
- 2 Modèle**
  - Tâches
  - Processeurs
- 3 Durées connues
- 4 Durées probabilistes
- 5 Tâches multi-segment



# Modèle déterministe

- Un travail (job)  $\mathcal{J} = \langle r, c, d \rangle$  : processus arrivant à l'instant  $r$ , devant exécuter (maximum)  $c$  cycles, avant l'échéance  $d$
- Une tâche  $\tau = \langle O, C, D, T \rangle$  : un *générateur de jobs*, qui produit des jobs similaires avec une certaine périodicité :
  - ▶ Premier job en  $O$ , les suivants espacés de  $T$
  - ▶  $C$  cycles à exécuter
  - ▶ Échéance :  $D$  après l'arrivée
- Un système de tâche  $\tau$  : ensemble de tâches

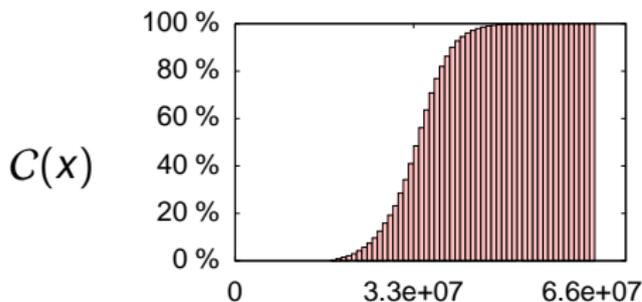
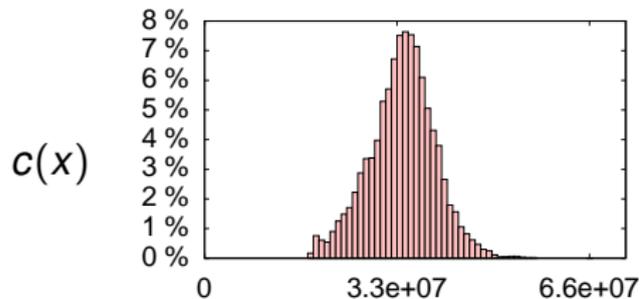


# Modèle probabiliste

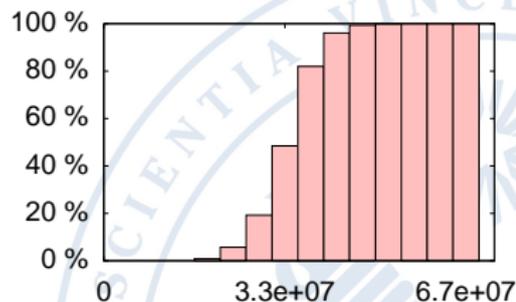
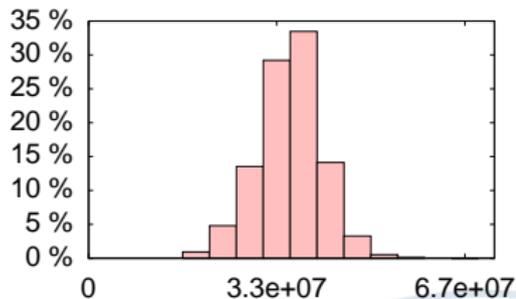
- Au moins une caractéristique est donnée par une *variable aléatoire*
- On va uniquement considérer le *temps d'exécution*
- $c(x)$  : probabilité de demander  $x$  cycles (densité de probabilité)
- $C(x) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{y \leq x} c(y)$  : probabilité de demander  $x$  cycles ou moins (probabilité cumulée)
- $\mathcal{W} \stackrel{\text{def}}{=} \max x : c(x) > 0$  (WCEC : *Worst Case Execution Cycles*)
- $C(\mathcal{W}) = 1$
- $\sum_x c(x) = 1$
- On peut adapter la granularité : au lieu de parler de *cycles*, on aura des *groupes de cycles*

# Distribution

## 50 groupes



## 10 groupes



# Puissance et Énergie

- Puissance :

- ▶ Un processeur est un appareil travaillant à une *puissance* donnée
- ▶ Unité de puissance : *Watt (W)*
- ▶ Correspond à un appareil consommant un courant d'un ampère (A) lorsqu'il est soumis à une tension d'un volt (V)
- ▶ Puissance : mesure *instantanée* de la consommation

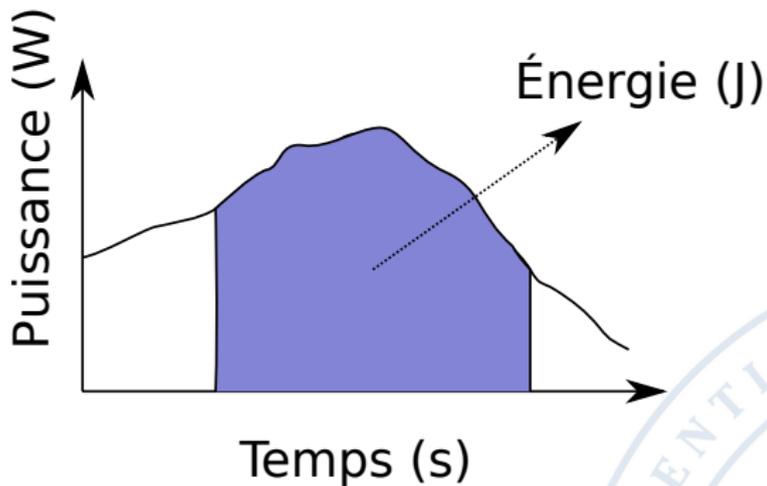
- Énergie :

- ▶ Énergie : Puissance  $\times$  temps
- ▶ Mesure *totale* de la consommation sur un *intervalle de temps donné*
- ▶ Unité d'énergie : Joule (J)
- ▶ Correspond à une puissance d'un watt pendant une seconde :

$$1J = 1W \times 1s$$

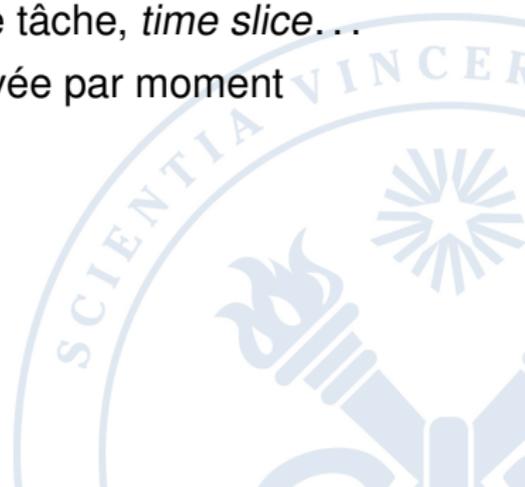
- ▶ Grandes quantités : 1kWh (1000 watts pendant 1 heure) =  $3.6e^6$  J

# Puissance et Énergie



# Objectif énergétique

- Notre objectif : sur un *intervalle donné*, réduire l'*énergie* consommée
- Intervalle : hyper-période, période d'une tâche, *time slice*...
- Il se peut que la *puissance* soit très élevée par moment



# Processeurs DVFS

- Les processeurs DVFS (Dynamic Voltage and Frequency Scaling) peuvent adapter leur vitesse et puissance
- Une *fréquence*  $\sigma$  (en Hz) nécessite une *puissance*  $p(\sigma)$  (en W)
- En théorie :

$$p(\sigma) \simeq \sigma^\alpha$$

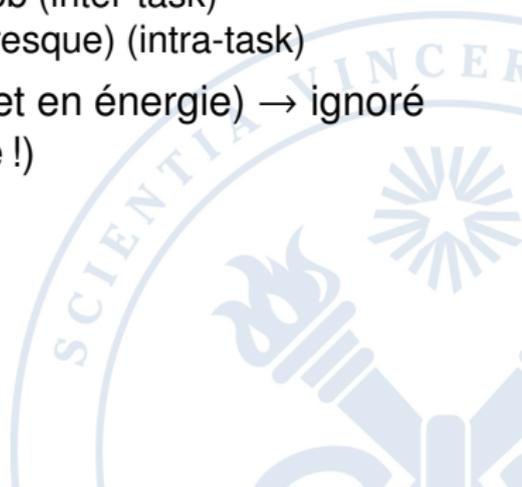
avec  $\alpha \in [2, 3]$  (caractéristique du CPU)

- En pratique : on a une liste de  $M$  modes

$$\{ \langle \sigma_1, p_1 \rangle, \dots, \langle \sigma_M, p_M \rangle \}$$

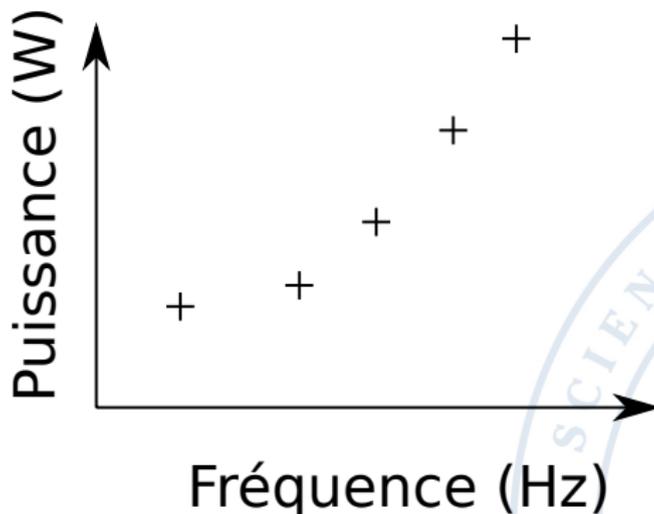
# Modes de fonctionnement

- En fonction du modèle/de l'architecture, un changement de mode peut se faire :
  - ▶ Statiquement, au démarrage du système
  - ▶ Dynamiquement, au démarrage d'un job (inter-task)
  - ▶ Dynamiquement, à tout moment (ou presque) (intra-task)
- Changer de mode a un coût (en temps et en énergie) → ignoré dans cet exposé (pas dans la recherche !)



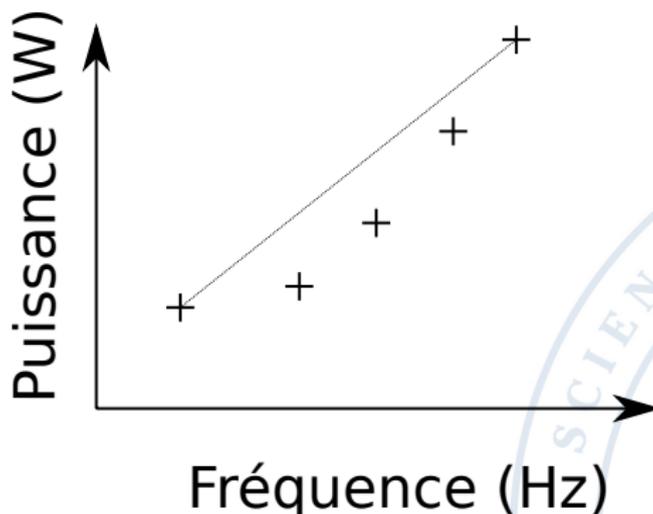
# Convexité

- En théorie, la fonction  $p(\sigma)$  est *convexe* en  $\sigma$
- En pratique : souvent presque vrai, avec quelques écarts ...
- Intuition : puissance augmente plus vite que la fréquence.
- Fréquence multipliée par  $A \Rightarrow$  Puissance multipliée par  $B > A$



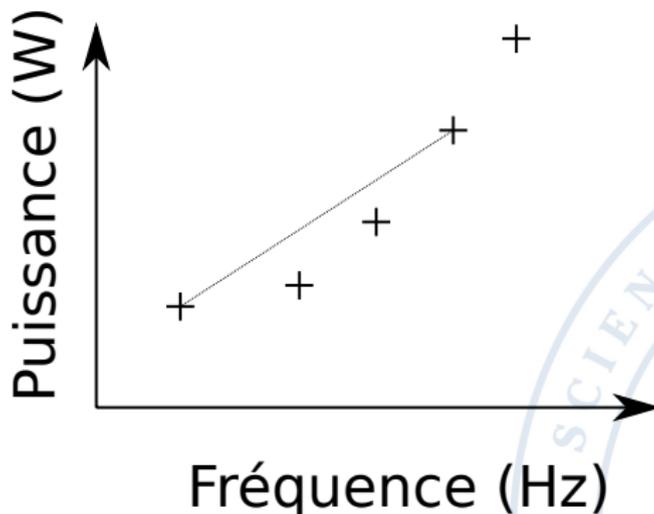
# Convexité

- En théorie, la fonction  $p(\sigma)$  est *convexe* en  $\sigma$
- En pratique : souvent presque vrai, avec quelques écarts ...
- Intuition : puissance augmente plus vite que la fréquence.
- Fréquence multipliée par  $A \Rightarrow$  Puissance multipliée par  $B > A$



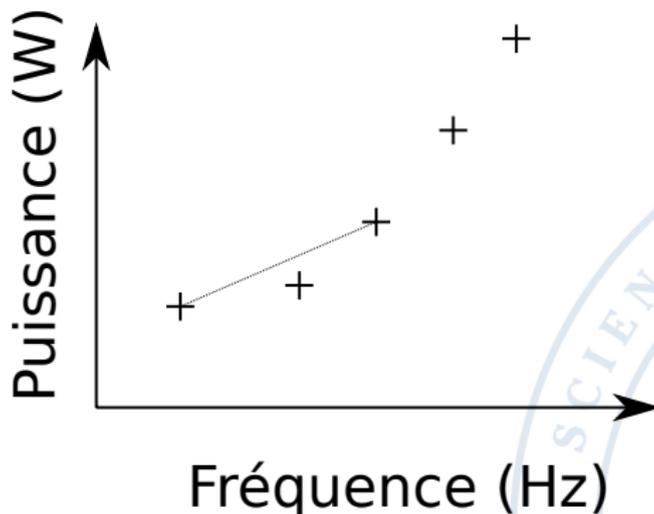
# Convexité

- En théorie, la fonction  $p(\sigma)$  est *convexe* en  $\sigma$
- En pratique : souvent presque vrai, avec quelques écarts ...
- Intuition : puissance augmente plus vite que la fréquence.
- Fréquence multipliée par  $A \Rightarrow$  Puissance multipliée par  $B > A$



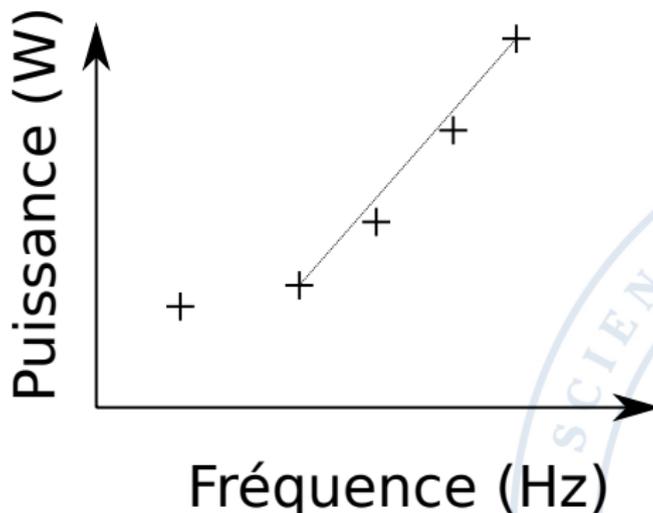
# Convexité

- En théorie, la fonction  $p(\sigma)$  est *convexe* en  $\sigma$
- En pratique : souvent presque vrai, avec quelques écarts ...
- Intuition : puissance augmente plus vite que la fréquence.
- Fréquence multipliée par  $A \Rightarrow$  Puissance multipliée par  $B > A$



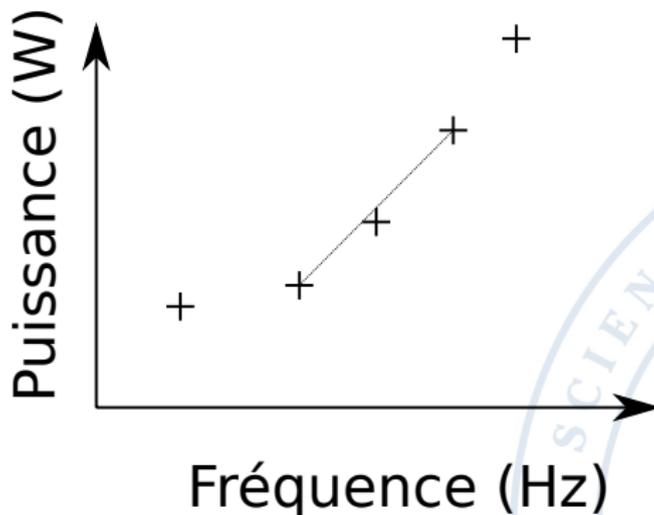
# Convexité

- En théorie, la fonction  $p(\sigma)$  est *convexe* en  $\sigma$
- En pratique : souvent presque vrai, avec quelques écarts ...
- Intuition : puissance augmente plus vite que la fréquence.
- Fréquence multipliée par  $A \Rightarrow$  Puissance multipliée par  $B > A$



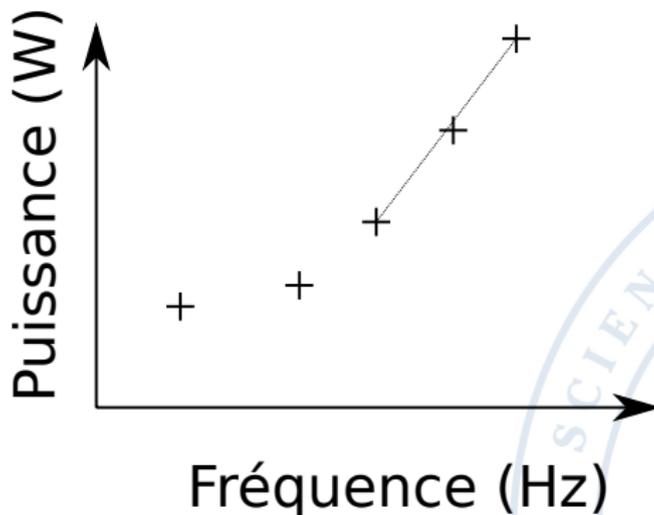
# Convexité

- En théorie, la fonction  $p(\sigma)$  est *convexe* en  $\sigma$
- En pratique : souvent presque vrai, avec quelques écarts ...
- Intuition : puissance augmente plus vite que la fréquence.
- Fréquence multipliée par  $A \Rightarrow$  Puissance multipliée par  $B > A$



# Convexité

- En théorie, la fonction  $p(\sigma)$  est *convexe* en  $\sigma$
- En pratique : souvent presque vrai, avec quelques écarts ...
- Intuition : puissance augmente plus vite que la fréquence.
- Fréquence multipliée par  $A \Rightarrow$  Puissance multipliée par  $B > A$



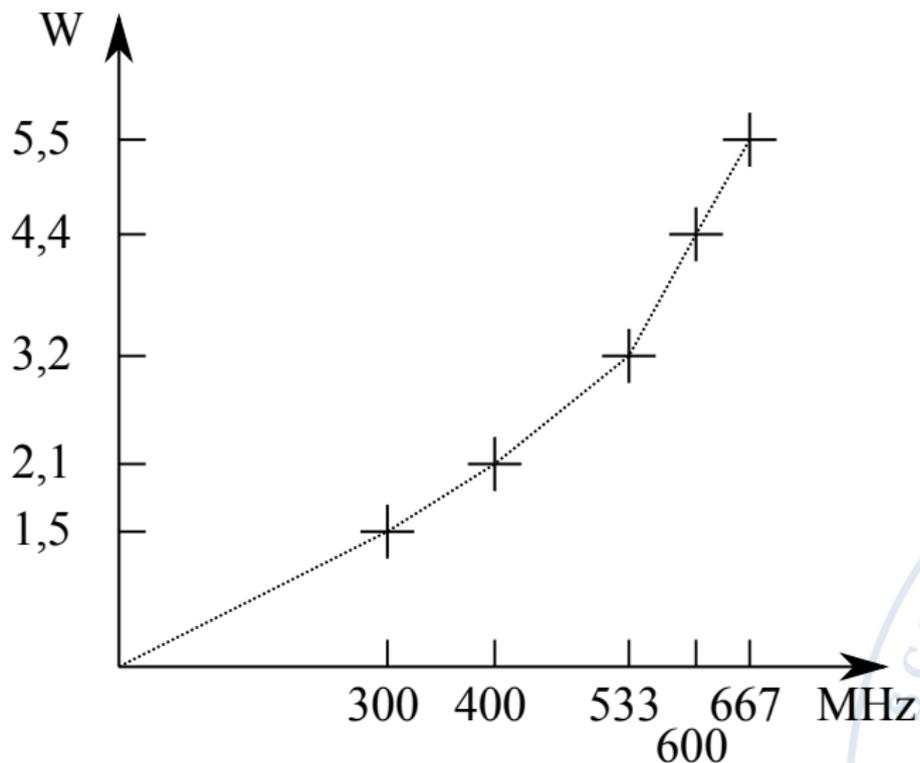
# Convexité

- Si l'ensemble  $\{(0, 0), (\sigma_1, p_1), \dots, (\sigma_M, p_M)\}$  est (strictement) convexe, on a :

$$\frac{p_i}{\sigma_i} < \frac{p_{i+1}}{\sigma_{i+1}} \quad \forall i$$

- Or,  $\frac{p_i}{\sigma_i}$  = l'énergie nécessaire pour exécuter un (bloc de) cycle(s) dans le mode  $i$
- Donc basse fréquence  $\Rightarrow$  moins d'énergie dépensée pour le job

## Exemple : processeur Crusoe LongRun

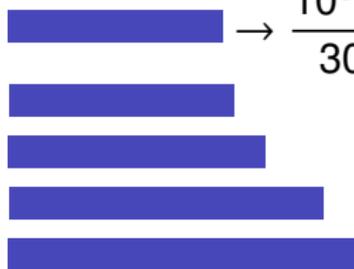


|   | MHz | W   |
|---|-----|-----|
| 1 | 300 | 1,5 |
| 2 | 400 | 2,1 |
| 3 | 533 | 3,2 |
| 4 | 600 | 4,4 |
| 5 | 667 | 5,5 |

## Exemple : processeur Crusoe LongRun

Énergie nécessaire pour exécuter  $10^9$  cycles :

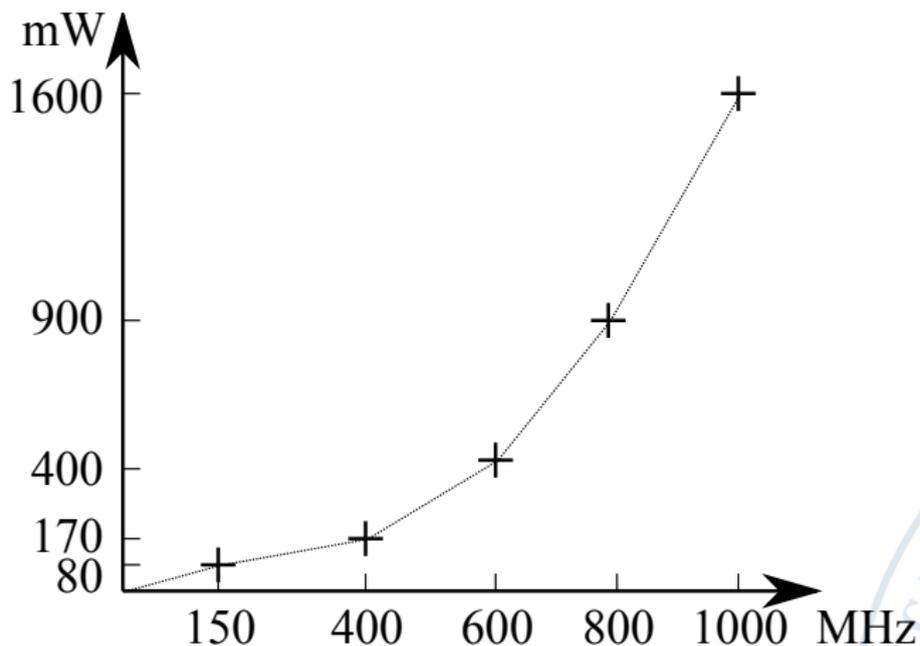
|   | MHz | W   | J     |
|---|-----|-----|-------|
| 1 | 300 | 1,5 | 5,000 |
| 2 | 400 | 2,1 | 5,250 |
| 3 | 533 | 3,2 | 6,004 |
| 4 | 600 | 4,4 | 7,333 |
| 5 | 667 | 5,5 | 8,246 |



$$\rightarrow \frac{10^9 c \times 1,5W}{300 \cdot 10^6 c/s}$$

Hypothèse :  $x$  sec. à fréquence  $\sigma_1 \rightarrow x \frac{\sigma_1}{\sigma_2}$  sec. à fréquence  $\sigma_2$

## Exemple : processeur Intel XScale

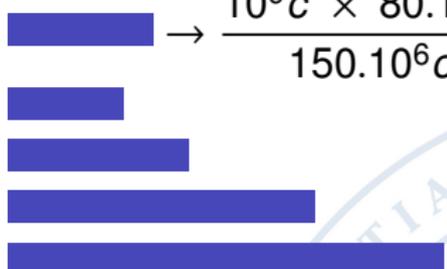


|   | MHz  | mW   |
|---|------|------|
| 1 | 150  | 80   |
| 2 | 400  | 170  |
| 3 | 600  | 400  |
| 4 | 800  | 900  |
| 5 | 1000 | 1600 |

## Exemple : processeur Intel XScale

Énergie nécessaire pour exécuter  $10^9$  cycles :

|   | MHz  | mW   | J     |
|---|------|------|-------|
| 1 | 150  | 80   | 0,533 |
| 2 | 400  | 170  | 0,425 |
| 3 | 600  | 400  | 0,666 |
| 4 | 800  | 900  | 1,125 |
| 5 | 1000 | 1600 | 1,600 |



$$\rightarrow \frac{10^9 c \times 80 \cdot 10^{-3} W}{150 \cdot 10^6 c/s}$$



# Section 3

## *Durées connues*

# Table des matières I

- 1 Introduction
- 2 Modèle
- 3 Durées connues**
  - Contexte
  - Modes convexes
  - Modes non convexes
  - WCEC
  - Résumé
- 4 Durées probabilistes
- 5 Tâches multi-segment



# Contexte

- On considère un système avec durée d'exécution variable, mais connue à l'arrivée du travail
- Exemples :
  - ▶ Décodage d'un flux vidéo déjà joué
  - ▶ Les données d'entrée permettent de connaître à l'avance le temps de calcul
- Si on est capable d'utiliser cette info, on ne doit pas tenir compte de l'aspect probabiliste
- Sinon, on verra plus tard. . .
- On s'intéresse à un travail :
  - ▶ de durée (connue)  $C$
  - ▶ à qui l'ordonnanceur a alloué une durée  $A > \frac{C}{\sigma_M}$  pour s'exécuter

## Cas convexe

- Dans le cas de modes convexes, on peut montrer [IY98] que :
  - Il faut s'exécuter le plus constamment possible
  - Il faut utiliser tout l'espace  $A$  (sauf si  $A < \frac{C}{\sigma_1}$ )
- Idéalement, on utilise la fréquence :

$$\sigma_{ideal} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{C}{A}$$

- En général : pas possible/disponible !
- Si fréquence non modifiable au milieu d'un travail (*Inter-task DVFS*) :

$$\lceil \sigma_{ideal} \rceil_{\sigma}$$

où  $\lceil x \rceil_{\sigma} \stackrel{\text{def}}{=} \text{la plus petite fréquence disponible supérieure à } x$

# Cas convexe

- Si on peut changer de fréquence, on sait [IY98] que :
  - ▶ Il ne faut qu'un changement
  - ▶ Une phase à  $\sigma_L = \lfloor \sigma_{ideal} \rfloor_{\sigma}$ , puis une phase à  $\sigma_H = \lceil \sigma_{ideal} \rceil_{\sigma}$
  - ▶ On exécute la première (resp. seconde) phase durant  $\ell$  (resp.  $A - \ell$ ), tel que

$$\ell \times \sigma_L + (A - \ell) \times \sigma_H = C$$

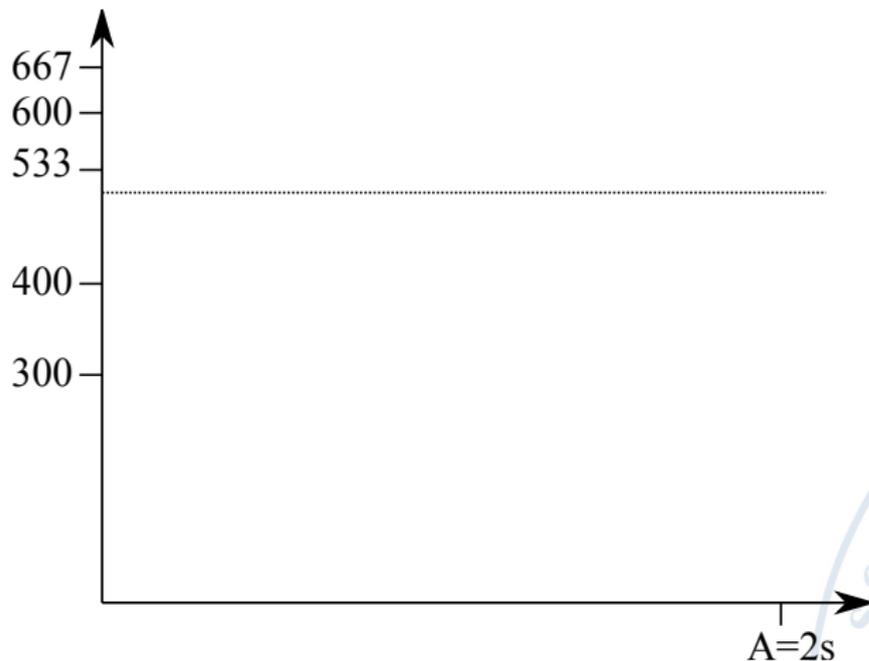
- On consomme donc :

$$\ell \times p_L + (A - \ell) \times p_H$$

- “DPM” (Dynamic Power Management) pas intéressant si  $\sigma_{ideal} \geq \sigma_1$

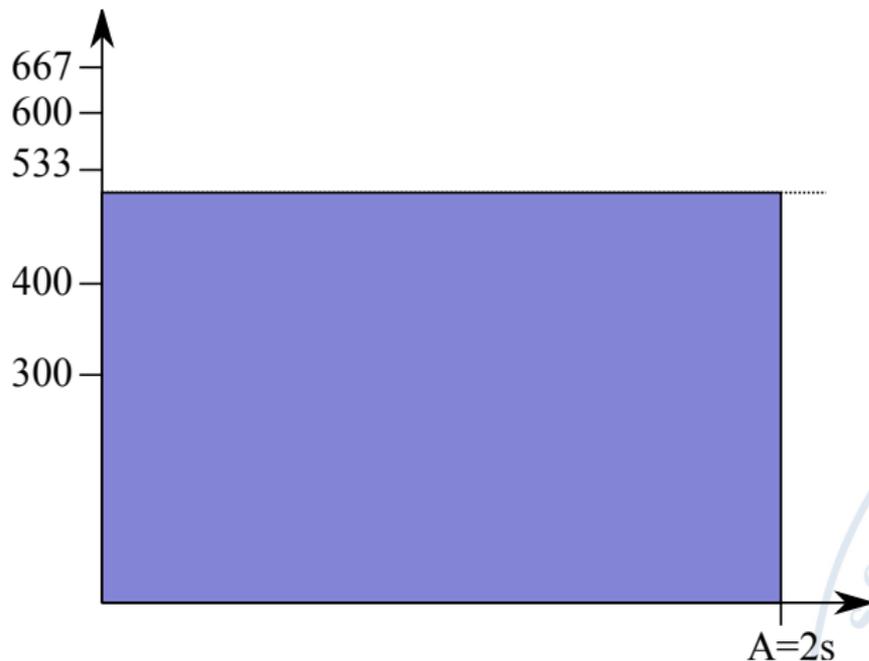
## Modes convexes : exemple

Exemple : on veut exécuter  $10^9$  cycles en  $A = 2$  secondes



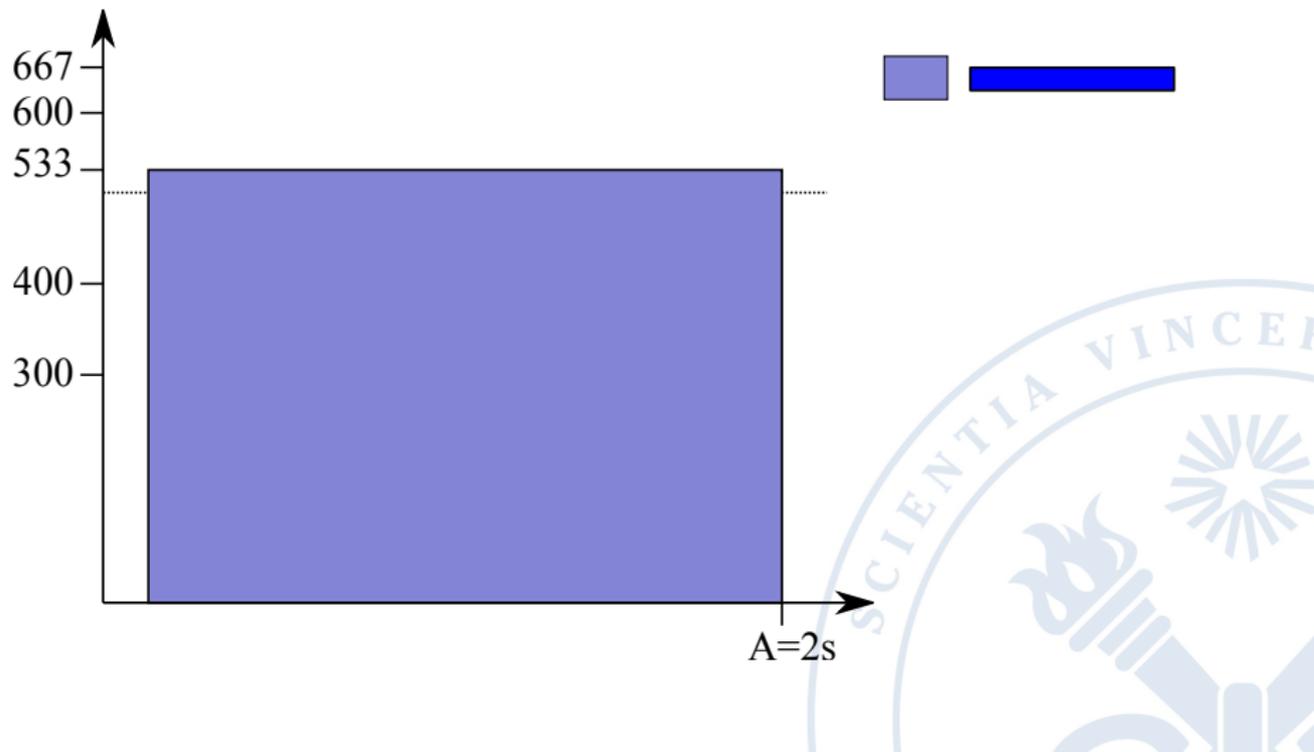
## Modes convexes : exemple

Exemple : on veut exécuter  $10^9$  cycles en  $A = 2$  secondes



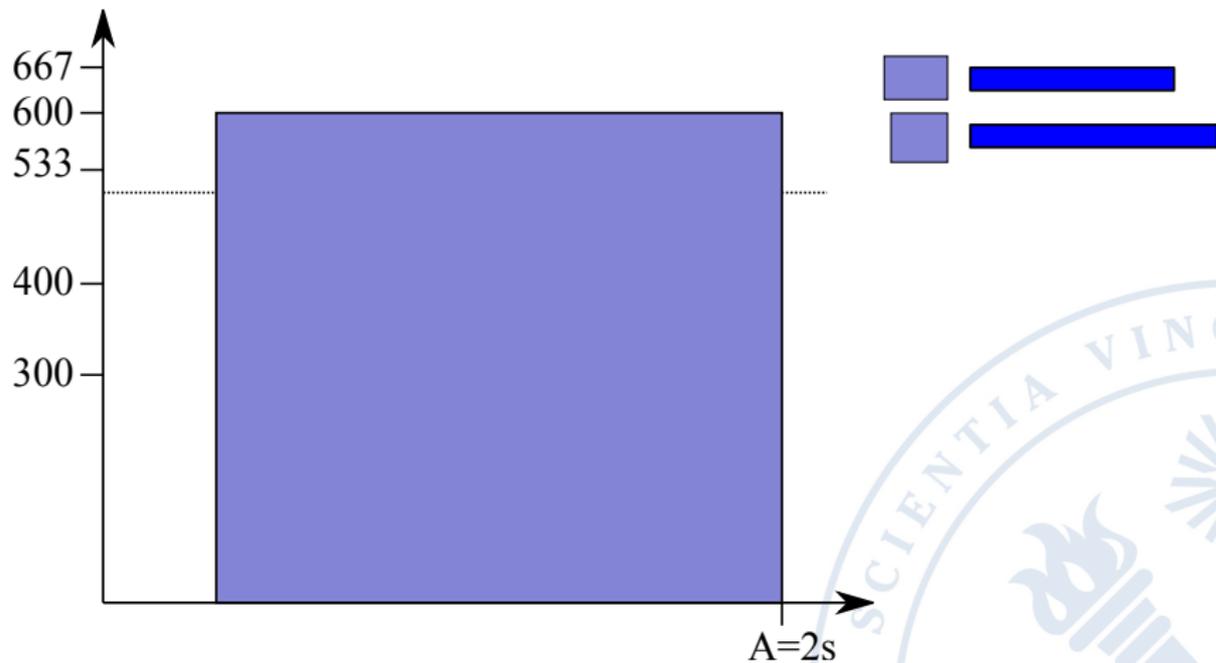
# Modes convexes : exemple

Exemple : on veut exécuter  $10^9$  cycles en  $A = 2$  secondes



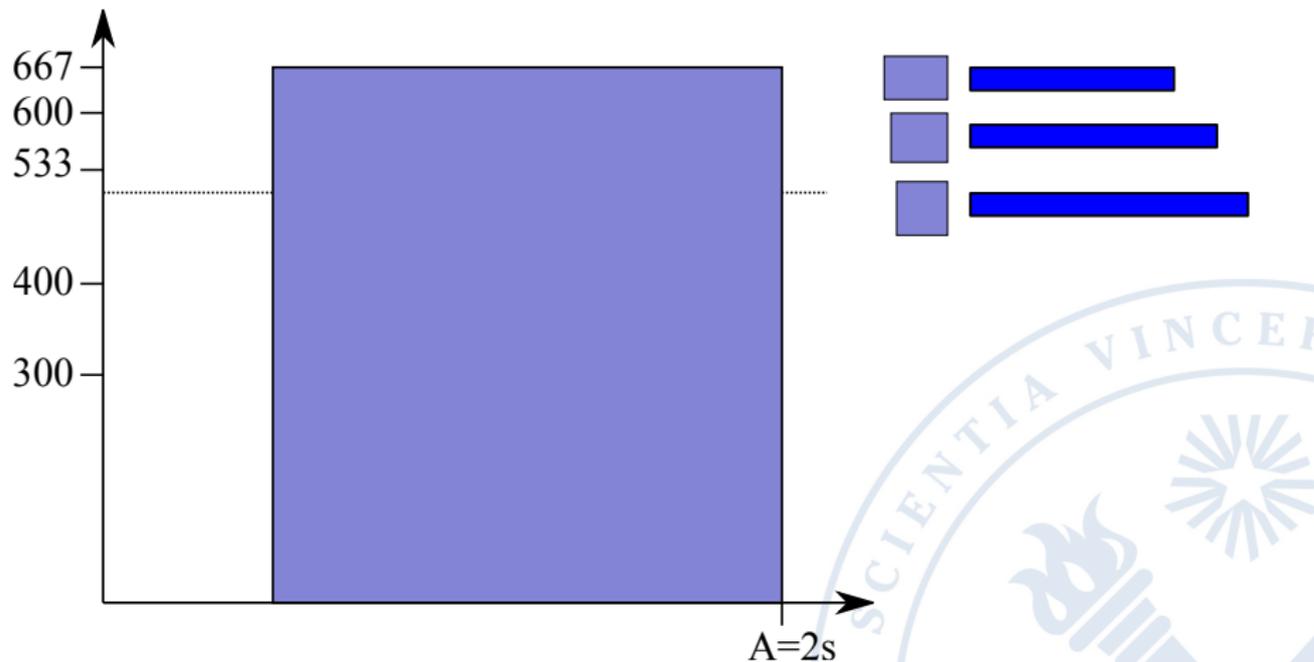
# Modes convexes : exemple

Exemple : on veut exécuter  $10^9$  cycles en  $A = 2$  secondes



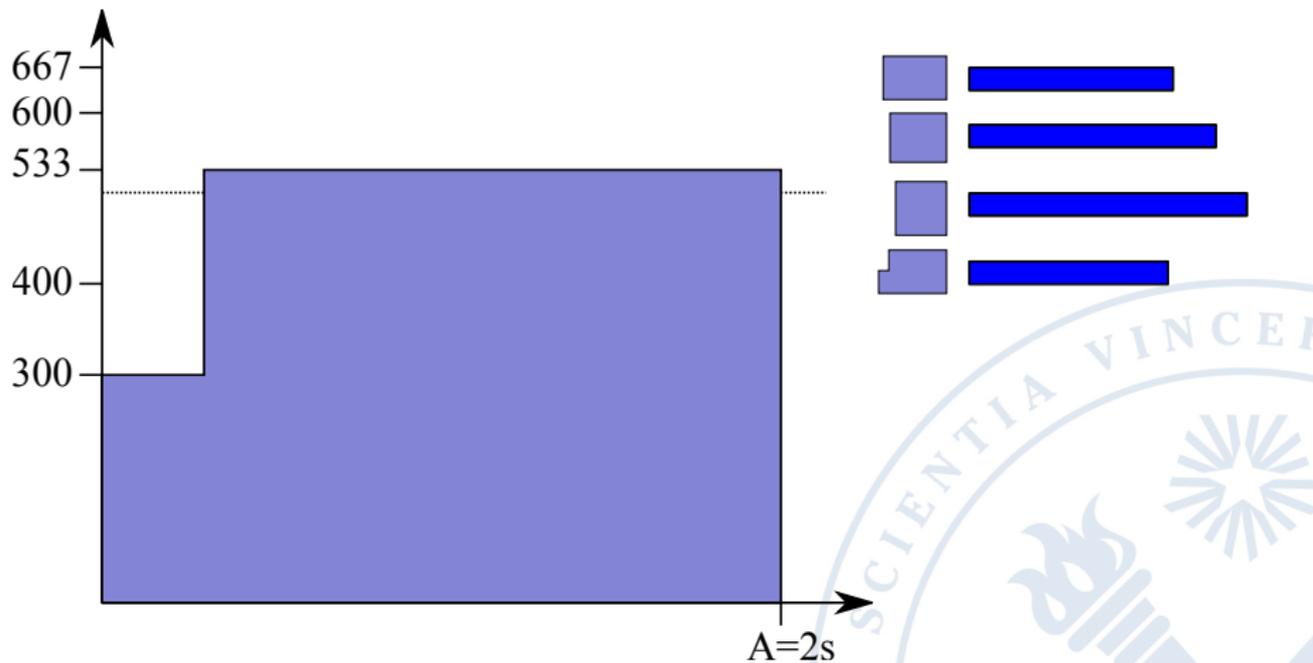
# Modes convexes : exemple

Exemple : on veut exécuter  $10^9$  cycles en  $A = 2$  secondes



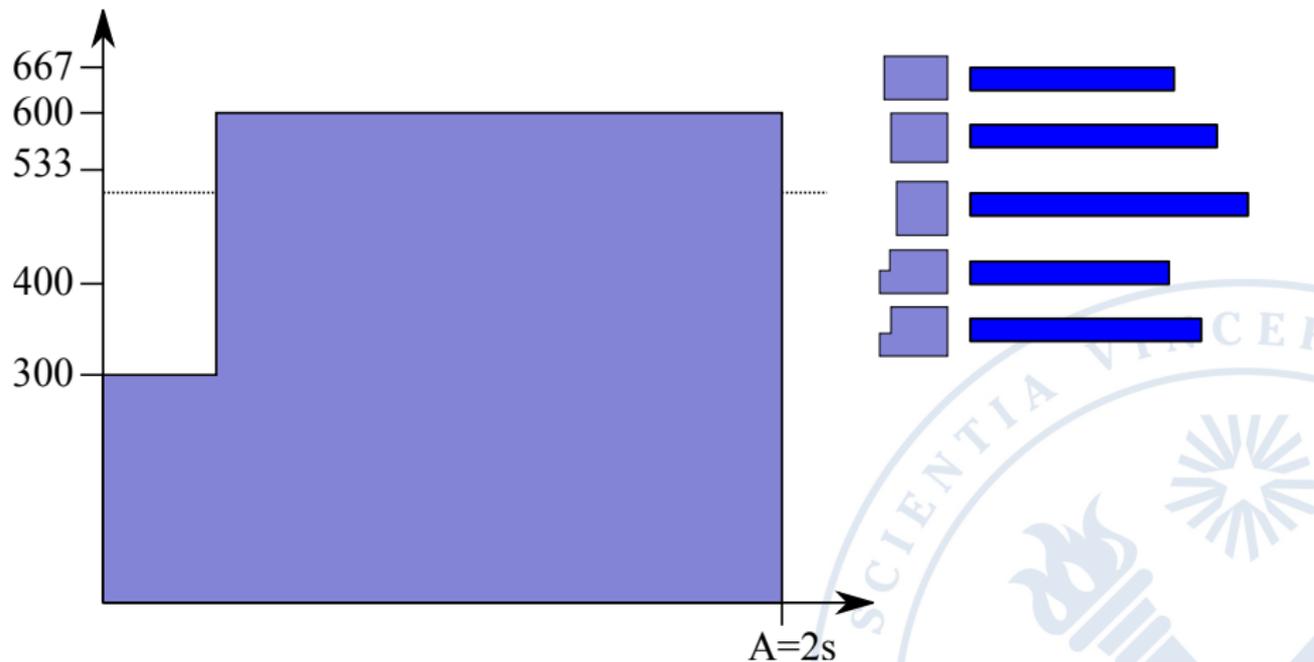
# Modes convexes : exemple

Exemple : on veut exécuter  $10^9$  cycles en  $A = 2$  secondes



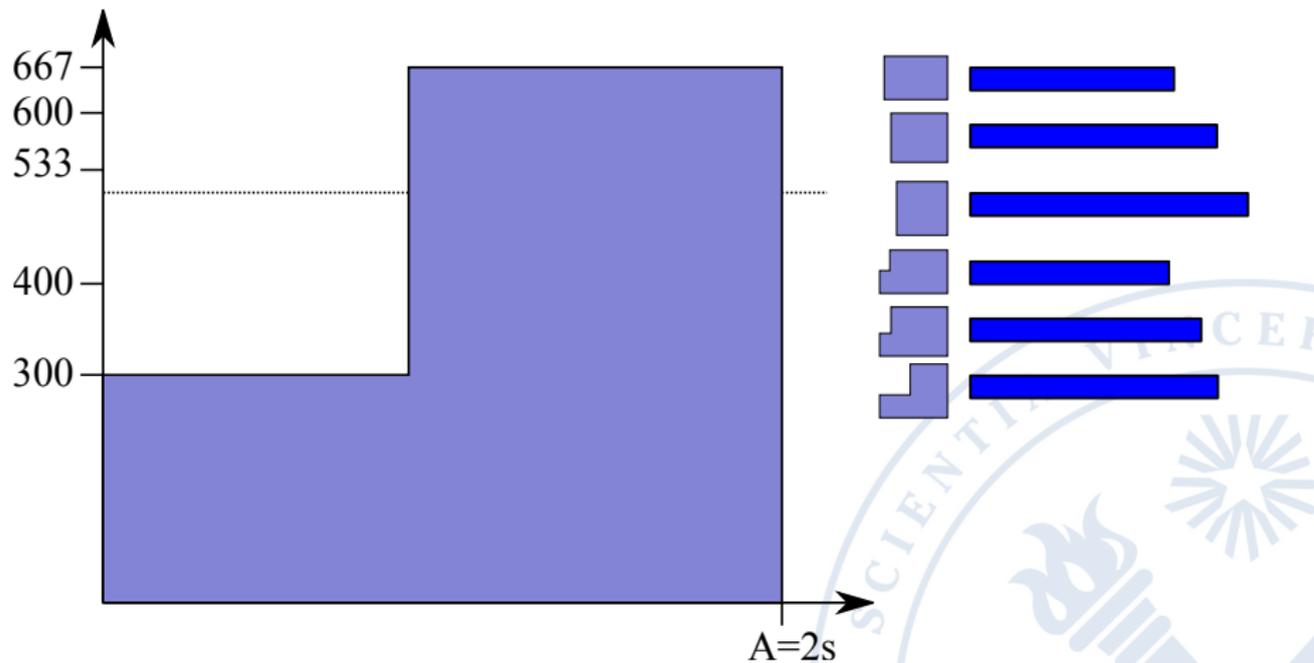
# Modes convexes : exemple

Exemple : on veut exécuter  $10^9$  cycles en  $A = 2$  secondes



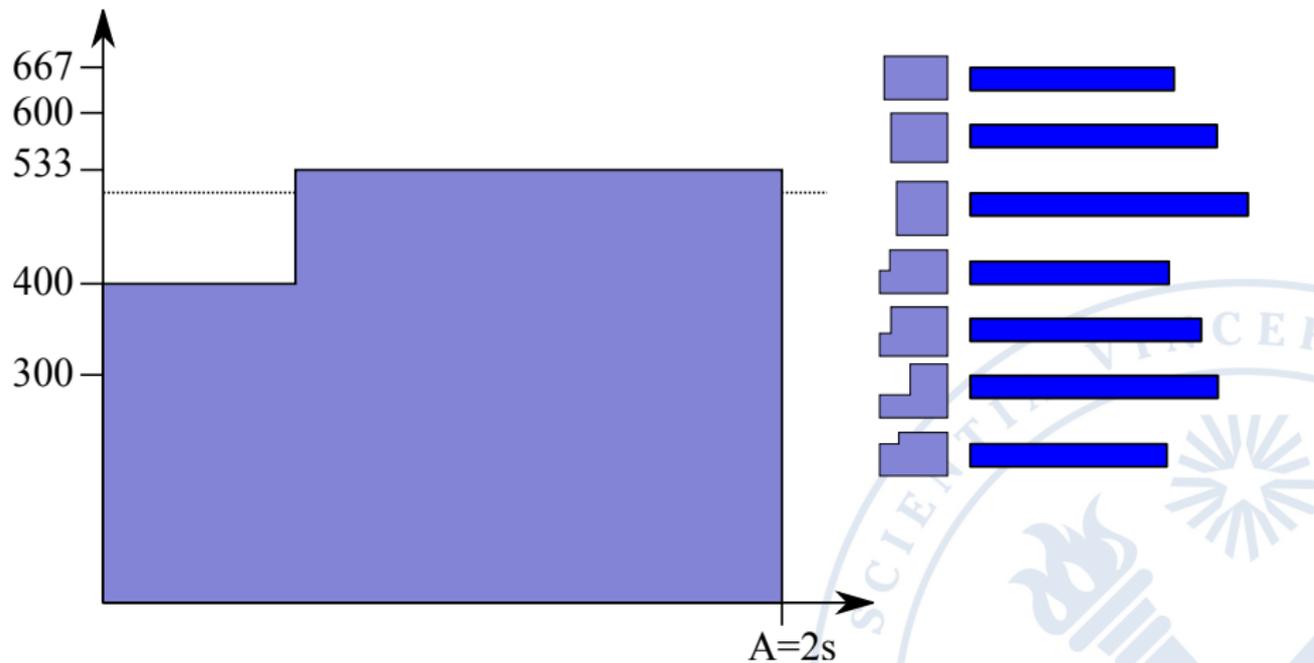
# Modes convexes : exemple

Exemple : on veut exécuter  $10^9$  cycles en  $A = 2$  secondes



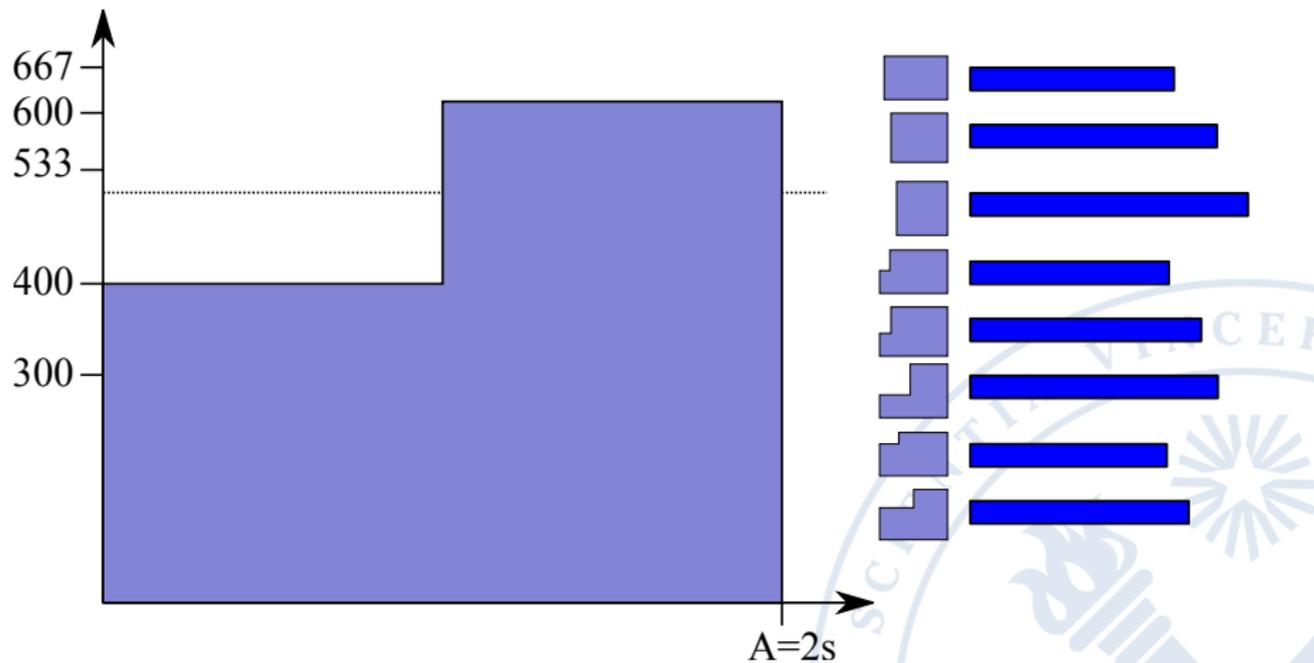
# Modes convexes : exemple

Exemple : on veut exécuter  $10^9$  cycles en  $A = 2$  secondes



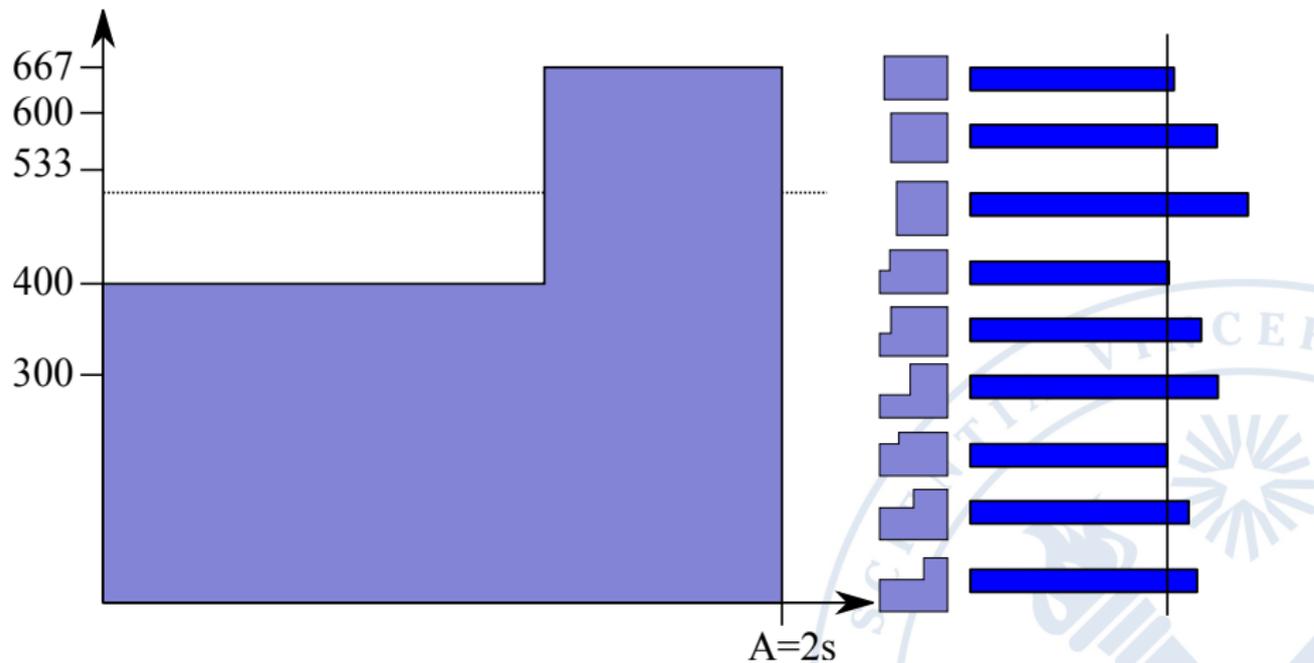
# Modes convexes : exemple

Exemple : on veut exécuter  $10^9$  cycles en  $A = 2$  secondes



# Modes convexes : exemple

Exemple : on veut exécuter  $10^9$  cycles en  $A = 2$  secondes



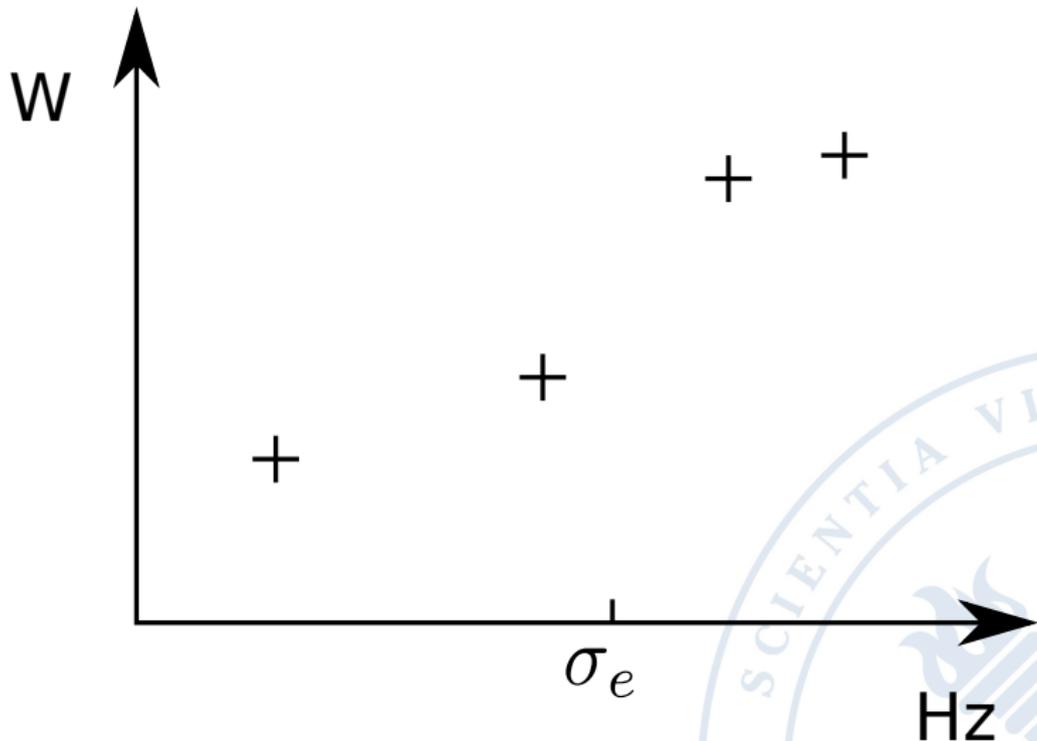
## Cas non convexe

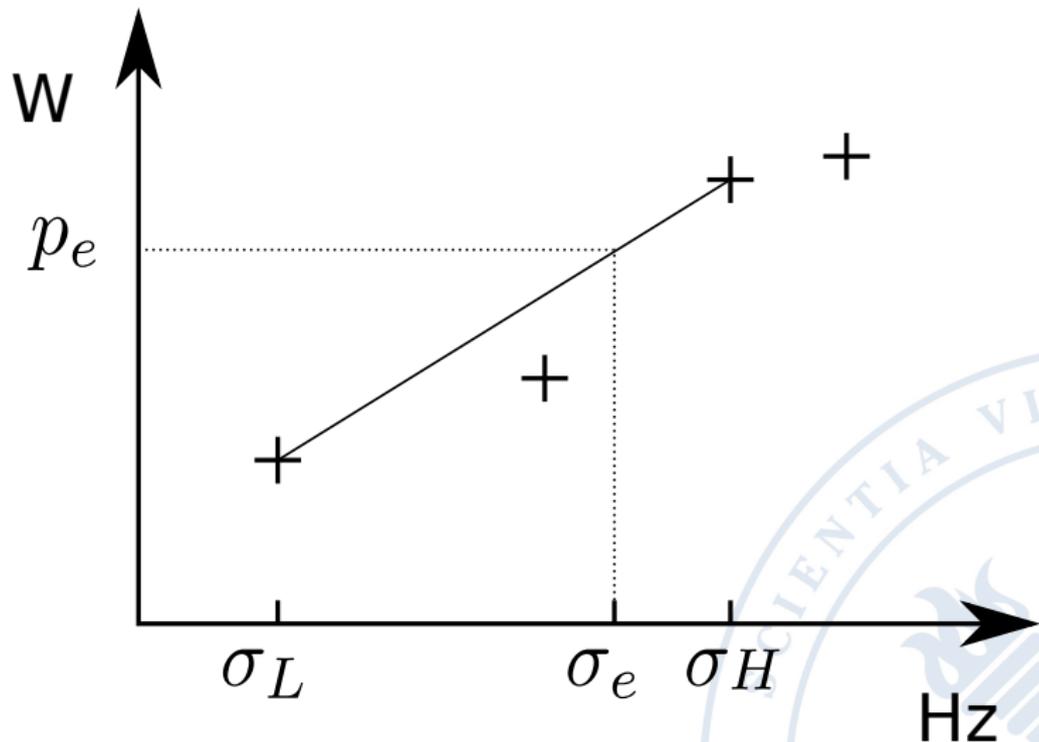
- Si les modes ne sont pas convexes, il faut essayer toutes les combinaisons de deux modes [BBL09]
- On peut le faire “intelligemment” : il faut  $\sigma_H$  et  $\sigma_L$ , avec  $\sigma_H \geq \sigma_{ideal}$  et  $\sigma_L \leq \sigma_{ideal}$ , et

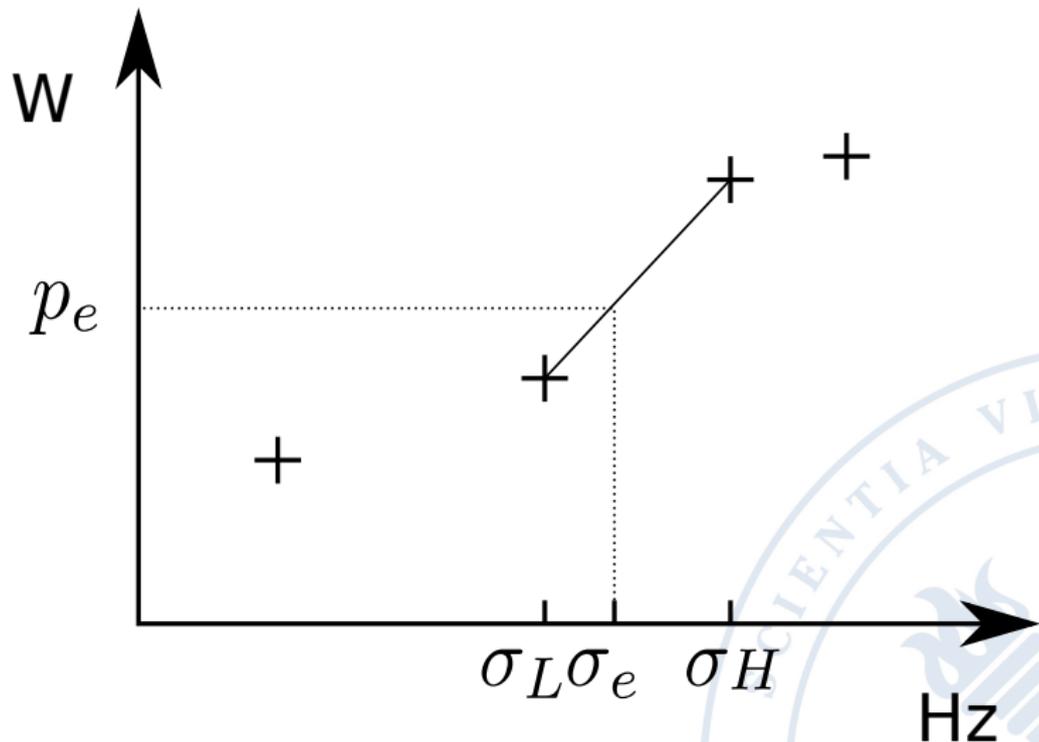
$$\ell \times \sigma_L + (A - \ell) \times \sigma_H = C$$

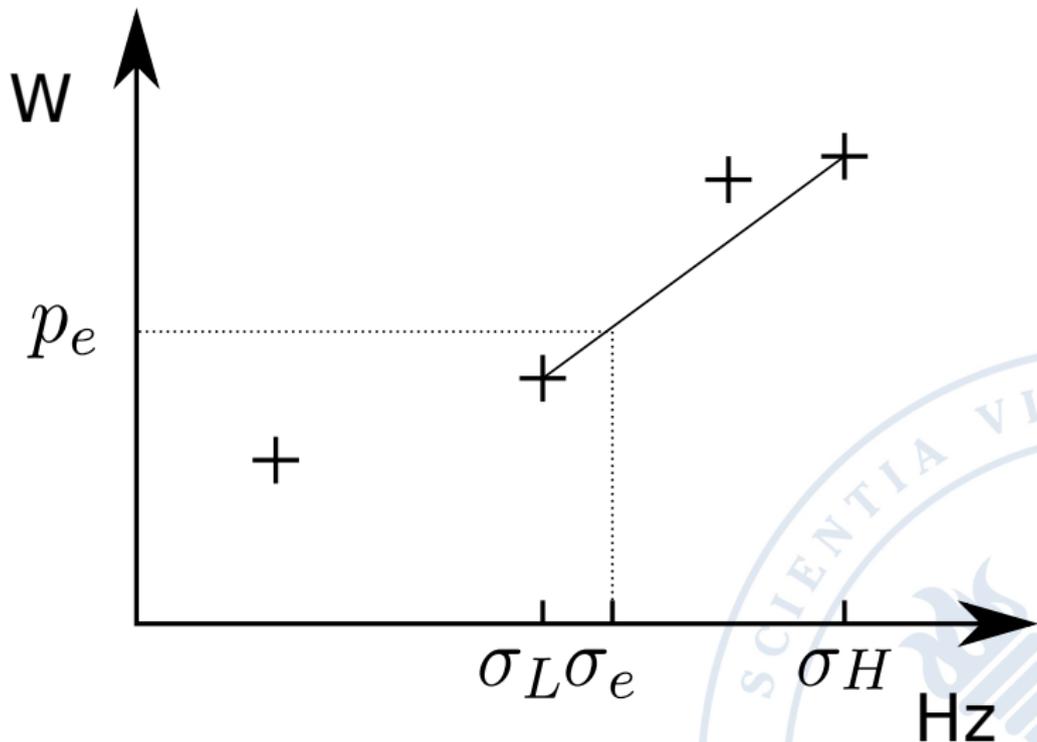
- Très facile d'intégrer des contraintes plus réalistes (*power overhead, switching time, ...*)
- Calculs simples, peuvent être faits en ligne ( $A$  peut donc varier pour chaque instance)
- “DPM” (Dynamic Power Management) peut être intéressant (intégrer le(s) mode(s) *idle/veille/off*)

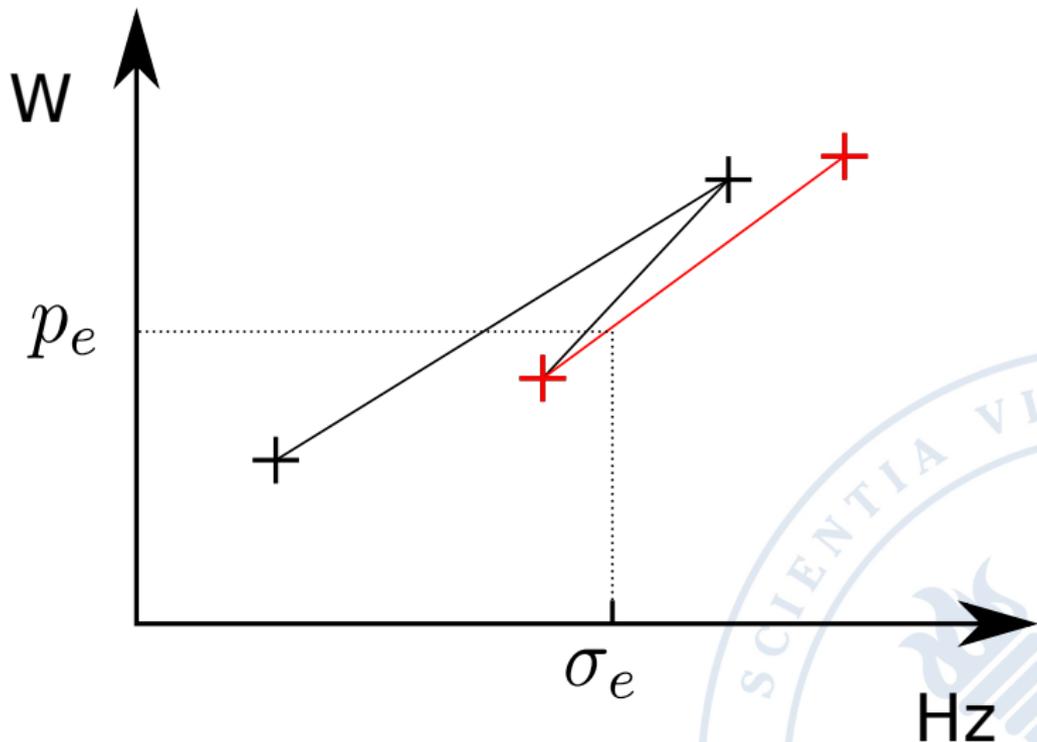
# Modes non-convexes, choix du couple $\sigma_L, \sigma_H$



Modes non-convexes, choix du couple  $\sigma_L, \sigma_H$ 

Modes non-convexes, choix du couple  $\sigma_L, \sigma_H$ 

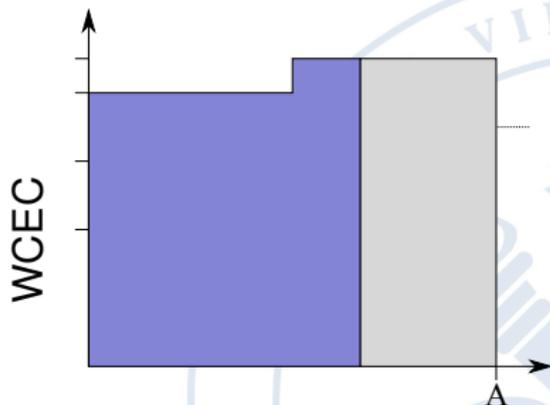
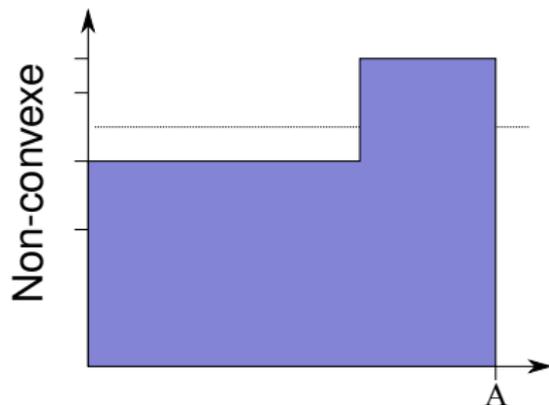
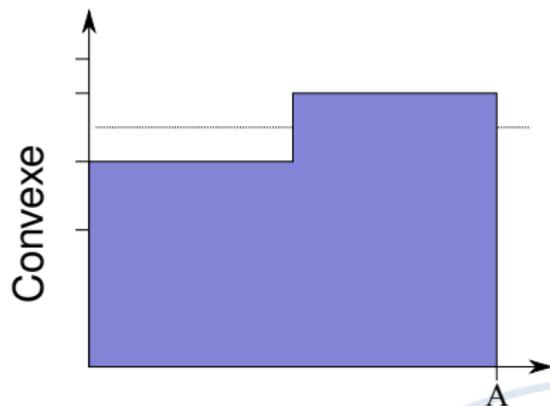
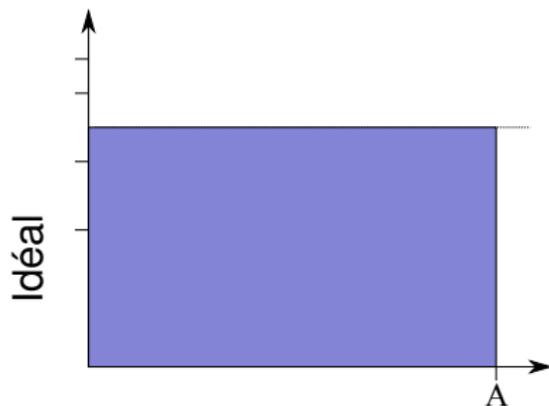
Modes non-convexes, choix du couple  $\sigma_L, \sigma_H$ 

Modes non-convexes, choix du couple  $\sigma_L, \sigma_H$ 

# WCEC

- Les techniques présentées peuvent être utilisées sur base du WCEC au lieu de la durée exacte
- On aura alors souvent du *slack*, qui pourra être distribué
- Il existe de très nombreux travaux sur le *slack reclaiming*, mais ce n'est pas l'objet de cet exposé !
- Si on ne connaît pas la durée exacte, mais uniquement le WCEC et quelques informations sur la distribution, on peut faire beaucoup mieux
- C'est l'objet de la section suivante !

# Résumé



# Section 4

## *Durées probabilistes*

# Table des matières I

- 1 Introduction
- 2 Modèle
- 3 Durées connues
- 4 Durées probabilistes**
  - Contexte
  - Énergie moyenne
  - Résumé
- 5 Tâches multi-segment



# Contexte

- Si on connaît les durées d'exécution, on peut optimiser l'énergie *exacte* dépensée par un job
- Si on ne les connaît pas, on s'intéressera à l'énergie *moyenne*
- Les premiers cycles s'exécutent très probablement
- Les derniers cycles (près du WCEC) ont peu de chance de s'exécuter → s'ils consomment beaucoup d'énergie, ça a moins d'impact que les premiers
- Donc : on commence lentement pour accélérer plus tard *si nécessaire*
- Le plus constant possible n'est plus optimal !

# Énergie moyenne

- Soit  $e(x) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{p(x)}{\sigma(x)}$  l'énergie du cycle  $x$
- Énergie si  $x$  cycles :  $\sum_{y \leq x} e(y)$
- Énergie moyenne :

$$\begin{aligned}
 \bar{E} &= \sum_{x \leq \mathcal{W}} c(x) \sum_{y \leq x} e(y) \\
 &= \sum_{x \leq \mathcal{W}} e(x) \sum_{y \geq x} c(y) \\
 &= \sum_{x \leq \mathcal{W}} e(x)(1 - C(x))
 \end{aligned}$$

# Objectif

- On veut choisir les  $\mathcal{W}$  variables  $e(x)$  ( $M$  valeurs possibles),
- minimisant

$$\sum_{x \in \mathcal{W}} e(x)(1 - C(x))$$

- sous la contrainte

$$\sum_{x \in \mathcal{W}} \frac{1}{\sigma(x)} \leq A$$

- On peut facilement ajouter des contraintes réalistes (*power overhead, switching time, ...*)
- On peut simplifier le problème :
  - ▶ Pour certaines formes particulières de  $e(x)$  et/ou  $C(x)$
  - ▶ En augmentant la taille des blocs de cycles
  - ▶ En limitant le nombre de changements autorisés

# Modes polynomiaux

- Dans le cas où  $e(x) = \mathcal{K} \cdot \sigma(x)^\beta$  pour des constantes  $\mathcal{K}$  et  $\beta$ , on a une forme close [Gru02]
- Cas  $\beta = 2$  :

$$\sigma(x) = \frac{1}{A} \times \frac{\sum_y \sqrt[3]{1 - C(y)}}{\sqrt[3]{1 - C(x)}}$$

- Si la fréquence n'est pas disponible, elle peut être *convertie*
- La partie droite peut être calculée *hors ligne*

# Changements limités

- Si on impose un seul changement par job ( $k$  cycles à  $\sigma_L$  puis  $\mathcal{W} - k$  cycles à  $\sigma_H$ ) :

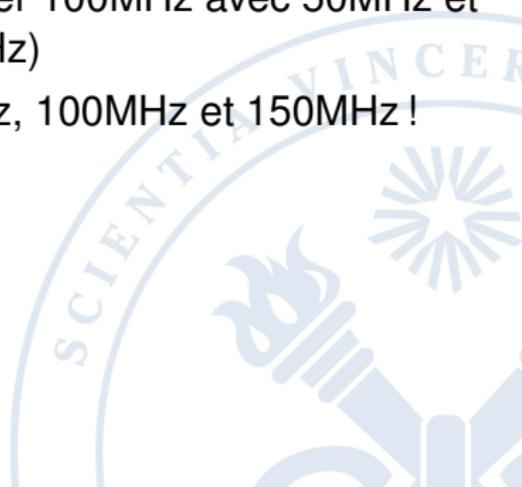
$$\bar{E} = e_L \sum_{x \leq k} (1 - C(x)) + e_H \sum_{x > k} (1 - C(x))$$

sous la contrainte  $\frac{k}{\sigma_L} + \frac{\mathcal{W} - k}{\sigma_H} \leq A$

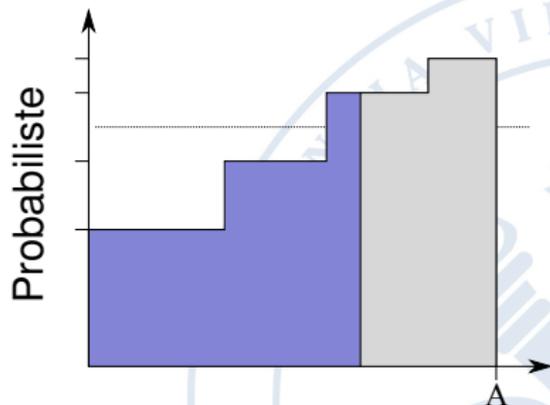
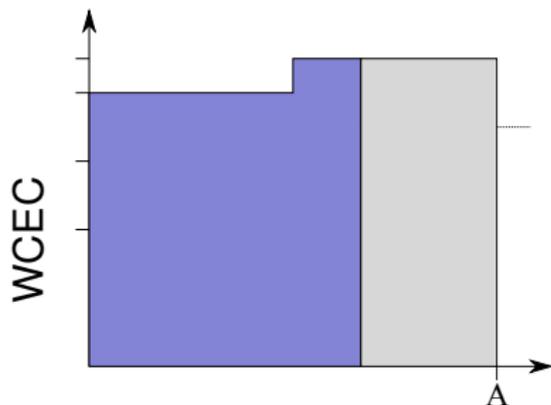
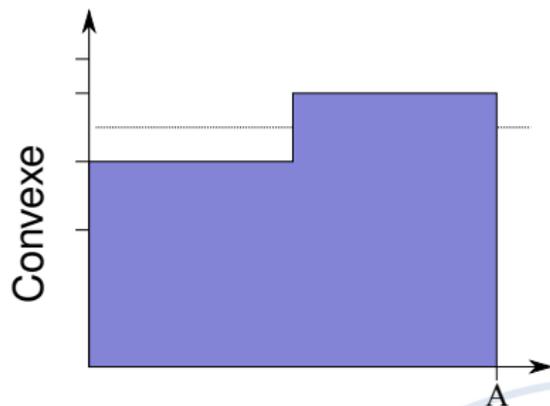
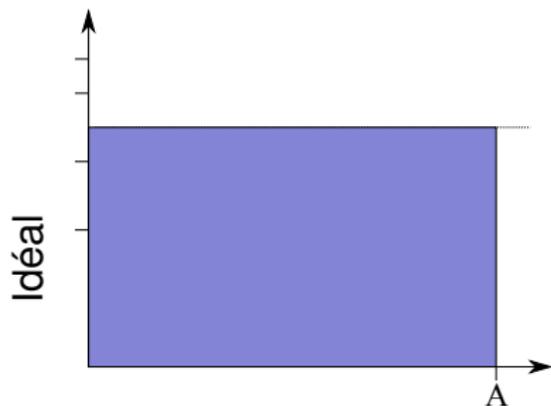
- On peut essayer toutes les combinaisons où  $\sigma_L \leq \frac{\mathcal{W}}{A} \leq \sigma_H$
- Au maximum :  $\left(\frac{M}{2}\right)^2$  combinaisons

# Changements limités

- On peut généraliser à plus de changements, mais ça devient plus complexe
- Un seul découpage possible pour simuler 100MHz avec 50MHz et 150MHz (50% à 50MHz, 50 % à 150MHz)
- Une infinité de découpages avec 50MHz, 100MHz et 150MHz !



# Résumé



# Section 5

## *Tâches multi-segment*

# Table des matières I

- 1 Introduction
- 2 Modèle
- 3 Durées connues
- 4 Durées probabilistes
- 5 Tâches multi-segment**
  - Contexte
  - Échéances intermédiaires
  - Sélecteur de fréquence
  - Résumé



# Contexte

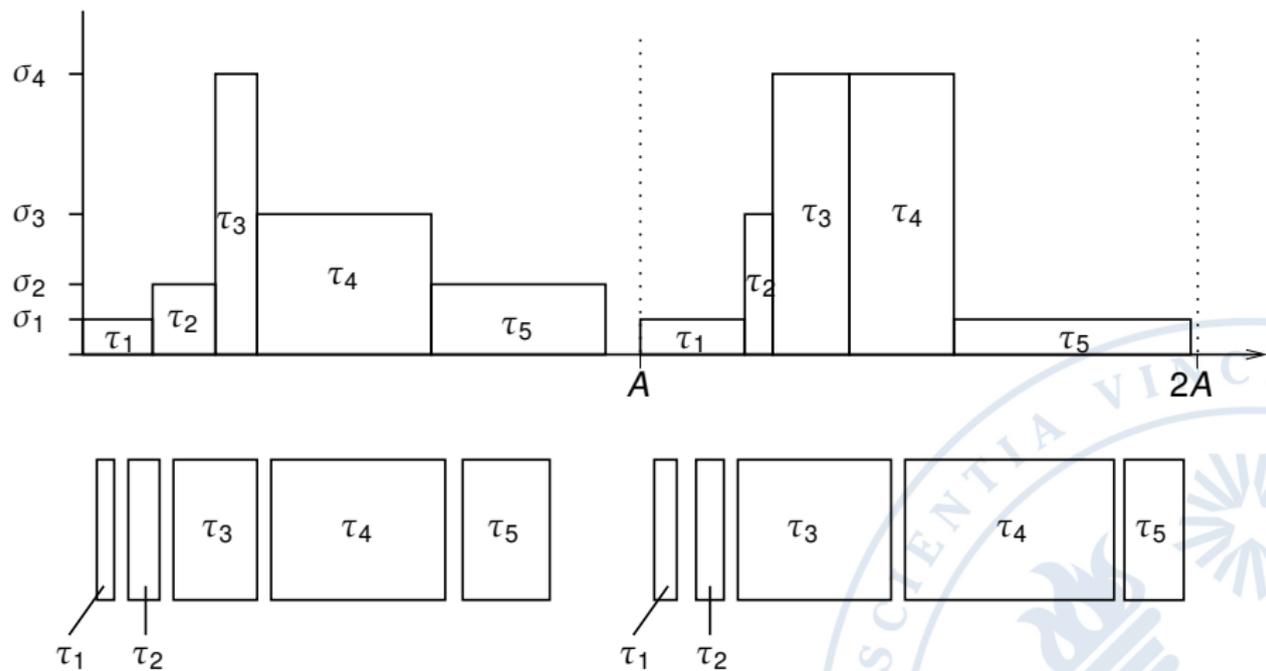
- Parfois, on a une connaissance plus fine que la distribution pour l'ensemble d'un job
- Par exemple :
  - ▶ une phase d'initialisation : temps constant
  - ▶ les calculs : temps très variable
  - ▶ la finalisation : temps peu variable
- On peut alors s'approcher de l'objectif "temps constant"
- Nécessite une assistance du compilateur/programmeur
- Peut aussi s'appliquer aux modèles "Frame based"
- Stratégie différente de la section précédente :
  - ▶ Démarrer rapidement (pour être sûr d'atteindre la DL)
  - ▶ Ralentir progressivement si possible

# Modèle

- On considère  $N$  tâches indépendantes mais successives  
 $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_N$
- Toutes partagent la même échéance  $A$  (*allotted time*)
- Pour chaque tâche, on a  $c_i()$  et  $C_i()$ ,  $\mathcal{W}_i$
- On suppose qu'on peut changer la fréquence uniquement entre deux jobs



## Modèle



## Zone de danger

- Considérons le démarrage de  $\tau_N$
- Démarre après  $A - \frac{W_N}{\sigma_M} \Rightarrow$  risque d'échec en A !
- $A - \frac{W_N}{\sigma_M}$  est donc l'échéance de  $\tau_{N-1}$
- En général, l'échéance de  $\tau_i$  est :

$$A - \frac{1}{\sigma_M} \sum_{k=i+1}^N W_k$$

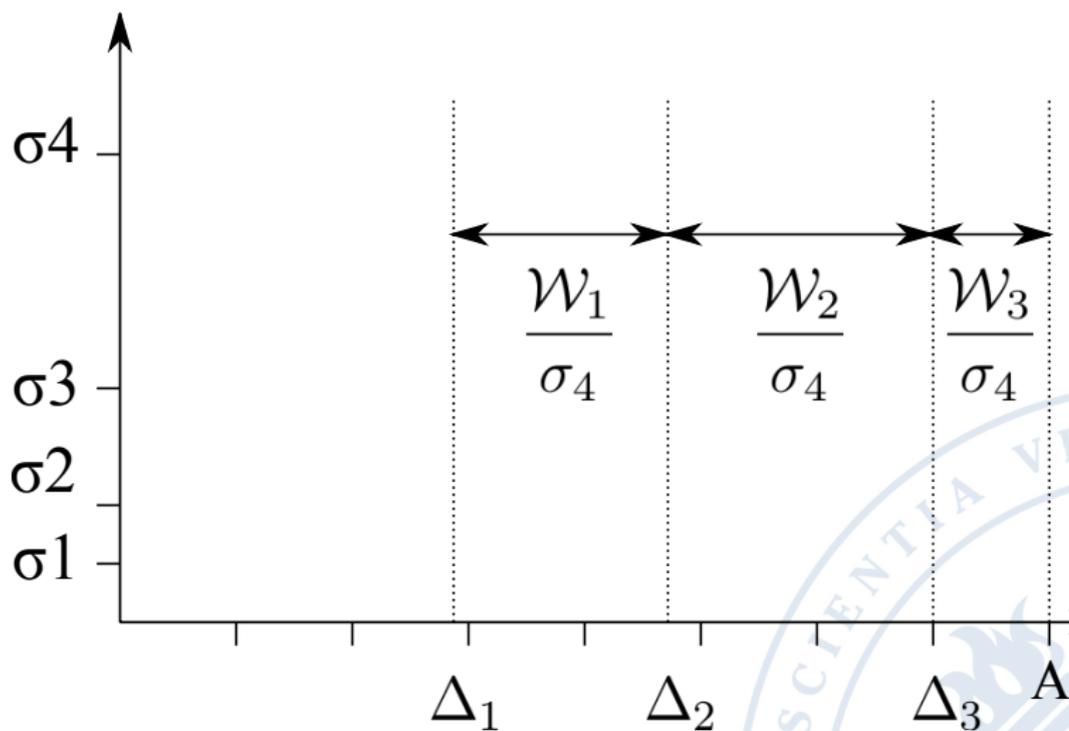
- Tout job démarrant après

$$\Delta_i \stackrel{\text{def}}{=} A - \frac{1}{\sigma_M} \sum_{k=i}^N W_k$$

est donc “en danger” !

- Un job de  $\tau_i$  démarrant en  $\Delta_i$  DOIT utiliser  $\sigma_M$  !

# Échéances intermédiaires



# Fréquence minimale

- Si  $\tau_N$  démarre en  $t$  ( $\leq \Delta_i$ ), sa fréquence *minimale* est de :

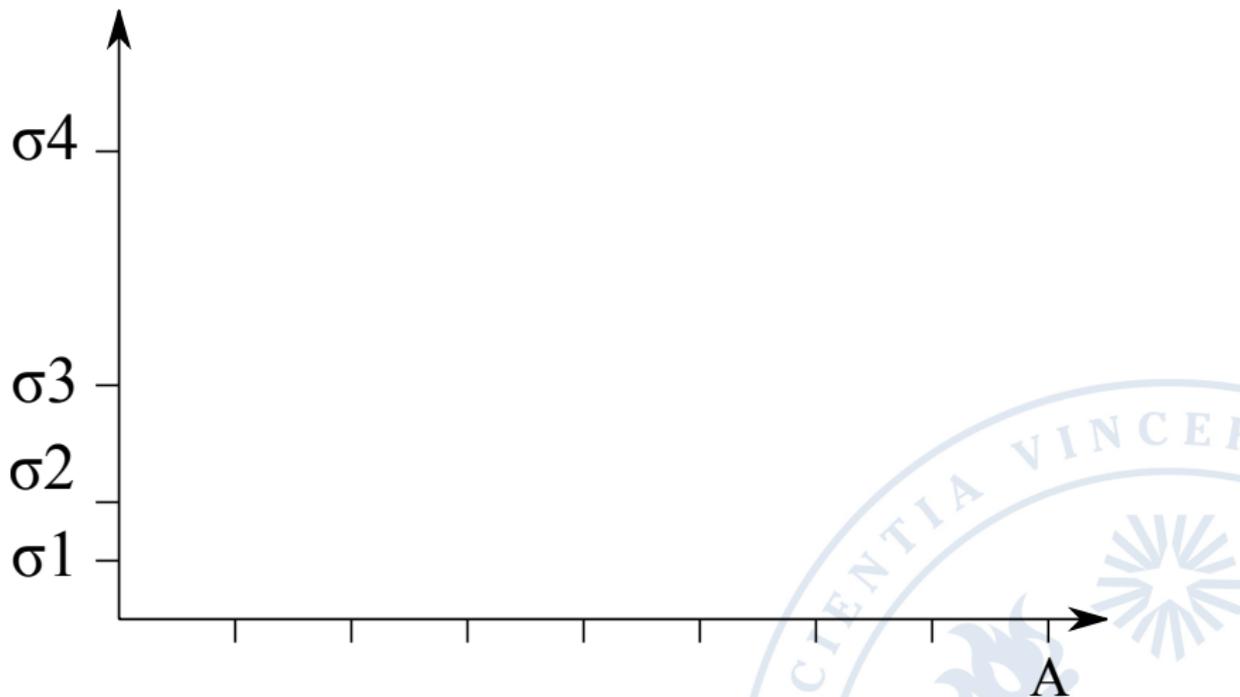
$$\left[ \frac{\mathcal{W}_i}{A - t} \right]_{\sigma}$$

- En général, on doit s'arrêter avant la “zone de danger” suivante. La fréquence minimale pour  $\tau_i$  est donc de

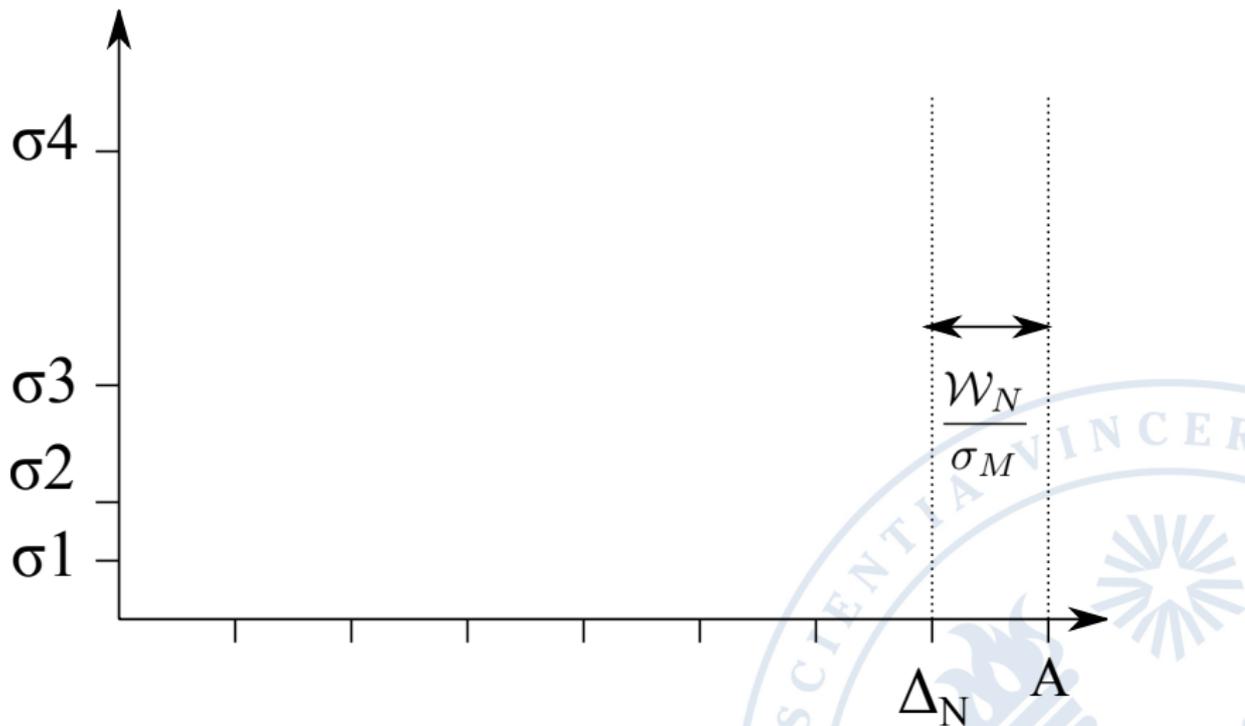
$$S_i(t) \stackrel{\text{def}}{=} \left[ \frac{\mathcal{W}_i}{\Delta_{i+1} - t} \right]_{\sigma}$$

- On a donc un sélecteur de fréquence “agressif” : démarrer  $\tau_i$  à la fréquence  $S_i(t)$

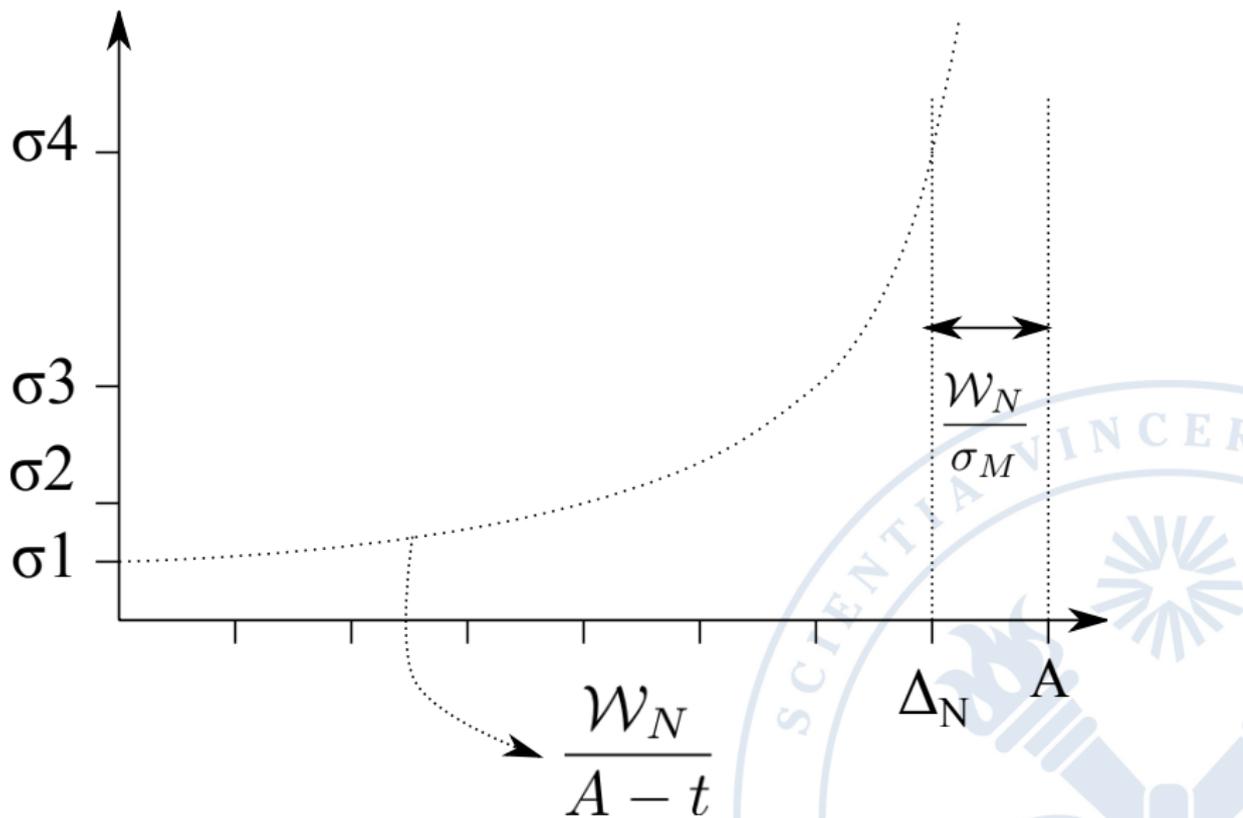
# Exemple



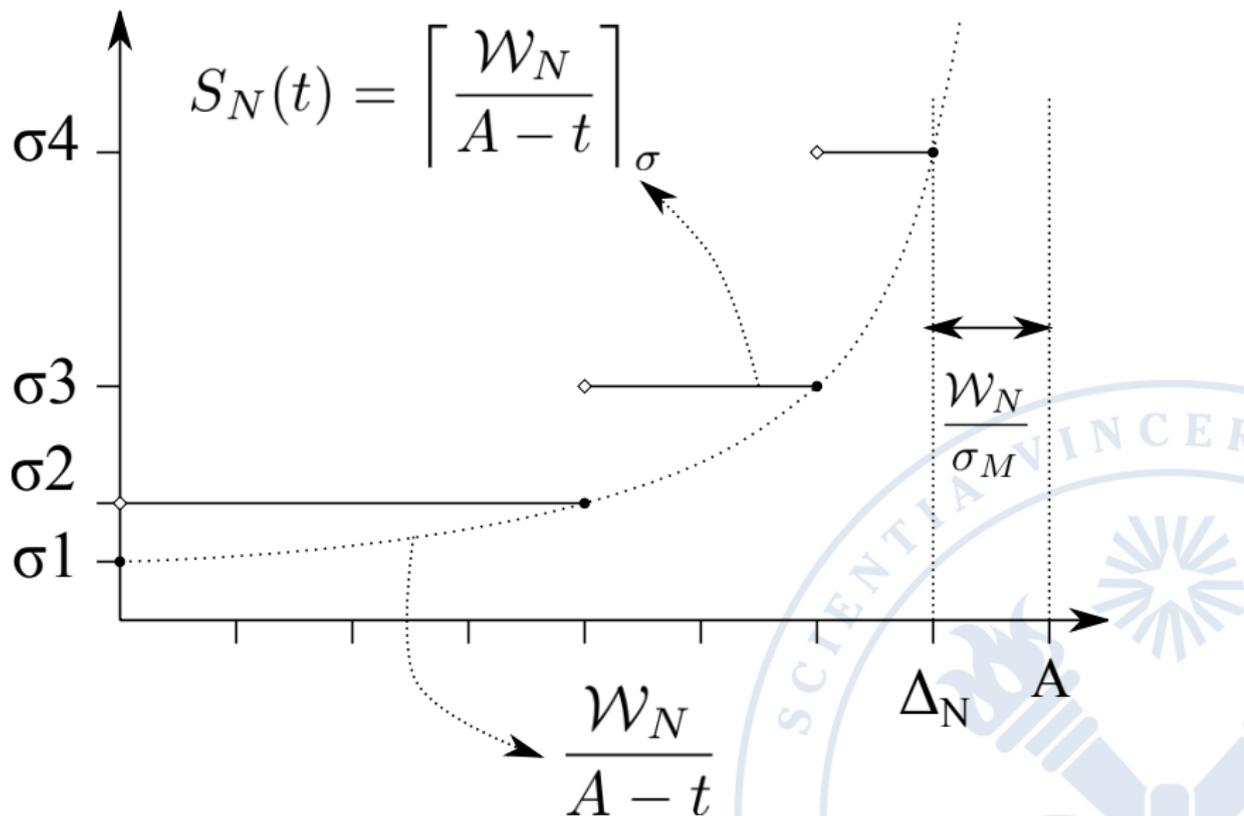
## Exemple



## Exemple

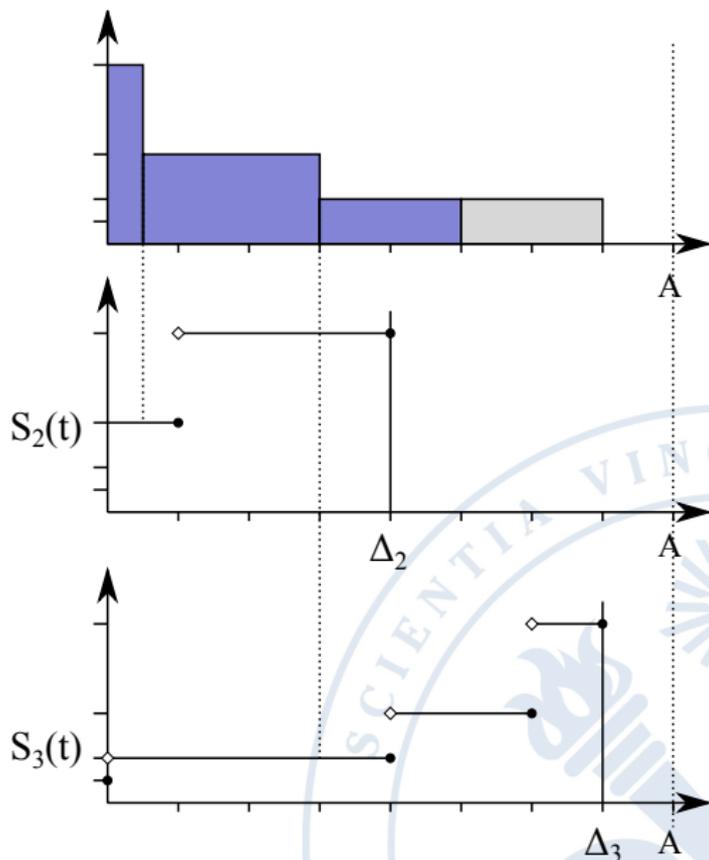


## Exemple



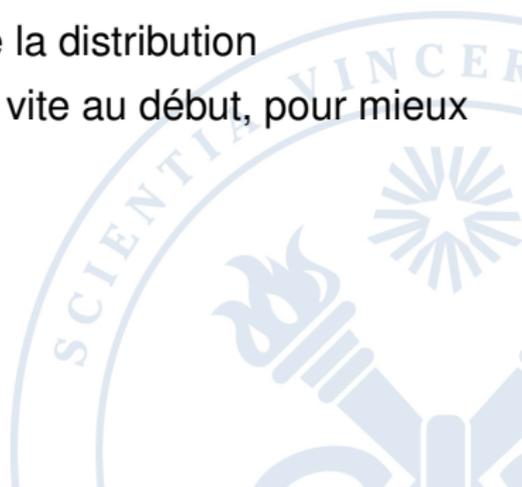
## Exemple

- $\mathcal{W}_1 = 32, \mathcal{W}_2 = 24,$   
 $\mathcal{W}_3 = 8$
- $A = 8$
- $\sigma : 1, 2, 4, 8$



# Variantes

- Utiliser  $S_i(t)$  tel quel est agressif : démarrage le plus lent possible
- “Pousse” un maximum de travail vers la fin
- Tendence à devoir accélérer le processeur vers la fin
- On tient juste compte du WCEC, pas de la distribution
- $S_i(t)$  est une borne ... on peut aller plus vite au début, pour mieux équilibrer



## Utilisation de la moyenne

- Hypothèse plus équilibrée : tous les jobs vont prendre leur nombre de cycles moyen  $avg_i$
- La vitesse moyenne idéale est de

$$\frac{\sum_i avg_i}{A}$$

- Idéalement, ou pourrait vouloir

$$S_i^{avg}(t) = \frac{\sum_{j \geq i} avg_j}{A - t}$$

- Ne garantit pas l'échéance !

$$S_i^{avg}(t) = \max \left\{ \frac{\sum_{j \geq i} avg_j}{A - t}, S_i(t) \right\}$$

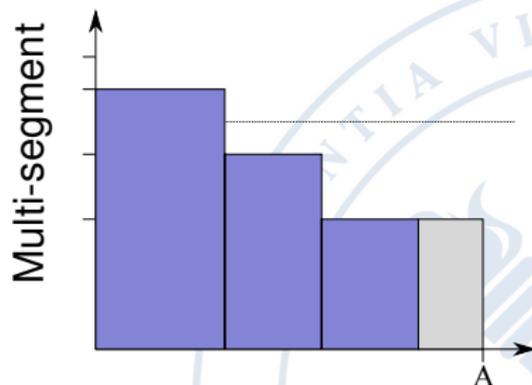
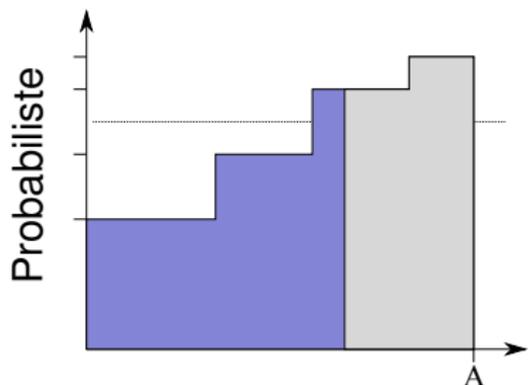
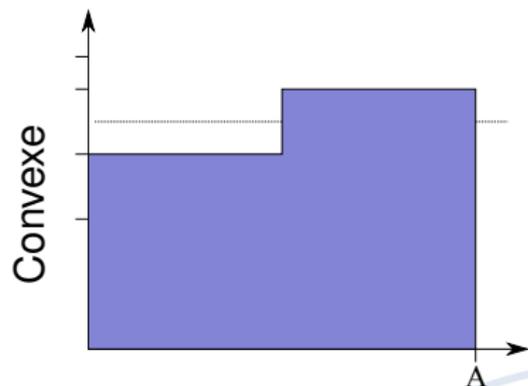
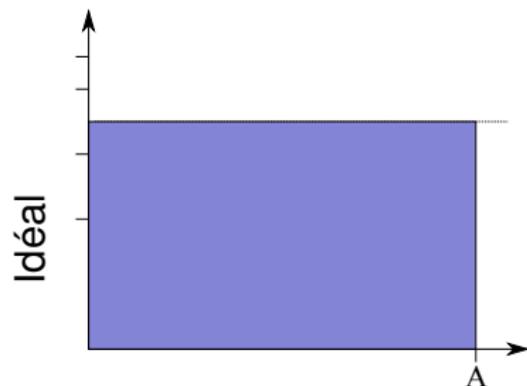
- Il faut encore “arrondir” (pas forcément vers le haut)

# Variantes

- Il existe plein de méthodes dans la littérature !
- DPM-S, PITDVS, OITDVS, PITDVS<sup>clos</sup>
- Elles tiennent compte de beaucoup de facteurs : la distribution, les coûts de changement, les temps de changement, ...



# Résumé



# Questions ?



# Bibliographie

-  Enrico Bini, Giorgio Buttazzo, and Giuseppe Lipari.  
Minimizing cpu energy in real-time systems with discrete speed management.  
*ACM Trans. Embed. Comput. Syst.*, 8 :31 :1–31 :23, July 2009.
-  Flavius Gruian.  
*Energy-Centric Scheduling for Real-Time Systems*,  
PhD thesis, Lund University, 2002.
-  Tohru Ishihara and Hiroto Yasuura.  
Voltage scheduling problem for dynamically variable voltage processors.  
In *ISLPED '98 : Proceedings of the 1998 international symposium on Low power electronics and design*, pages 197–202, New York, NY, USA, 1998. ACM.